INDHOLD

INDLEDNING: MATEMATIKUNDERVISNINGEN OG SAMFUNDET.

Ved matematiklærerforeningens årskursus i sommeren 1979 blev jeg bedt om at tale over emnet "matematikundervisningen og samfundet". Jeg funderede en del over hvad der egentlig lå i dette spørgsmål, og jeg kom frem til i hvert fald fire væsensforskellige tydninger:

1. Hvordan påvirkes/påvirkedes matematikundervisningen af det omgivende samfund og dets udvikling?

2. Hvad betyder skolens matematikundervisning for/i samfundet, og hvilke krav skal der stilles til matematikundervisningen for "samfundets" skyld?

3. Hvad betyder elevernes situation som individer i et samfund (med forskellig samfundsmæssig situation) for deres muligheder i matematikundervisningen?

4. Hvad betyder matematikundervisningen, og hvad bør den betyde, for elevernes muligheder som individer i deres samfund? Hvilke krav stiller vore ønsker på dette punkt til matematikundervisningen?

Det er klart, at de to sidste spørgsmål er dem der ligger en lærer nærmest (uanset hvilket niveau vi i øvrigt underviser på): Vi stilles daglig over for vore elever som enkeltmennesker, vi må for at undervise dem erkende at de har en samfundsmæssig tilværelse uden for matematiktimen, og vi må, hvis vi skal klargøre os de umiddelbare virkninger af vores undervisning, se på hvilken rolle matematikundervisningen spiller i elevernes samlede tilværelse, den aktuelle såvel som den kommende (disse betragtninger skal jeg uddybe nedenfor).

Også de to første spørgsmål er imidlertid væsentlige, uanset at det første i forhold til den daglige undervisningsmæssige praksis kan forekomme akademisk i sin historisk-sociologiske orientering, og det andet er både teknokratisk og mistænkeligt i al sin abstraktion: Hvem eller hvad er det "samfund" for hvis skyld der stilles krav?

Det første spørgsmåls væsentlighed kan forsvares med en henvisning til den pågående debat om folkeskolen og dens matematikundervisning. Ikke alle udefra kommende debattører interesserer sig for den daglige praksis - de vil i det højeste strække sig til en undertiden nok så postulatorisk sammenknytning af denne praksis med de ydre sammenhænge hvori skolen indgår. Hvis underviserne ønsker selv at have en stemme med i kapitlet, må de være i stand til at orientere sig også i disse sammenhænge - et elfenbenstårn bliver et usikkert opholdssted, når det udsættes for konstant beskydning (som udtalt for 40 år siden af sociologen R. K. Merton).

Det andet spørgsmåls væsentlighed ligger måske især i, at netop dette dårligt formulerede spørgsmål stilles af planlæggere og politikere. Vil man tage stilling til de svar som spørgsmålsstillerne selv tilbyder må man se kritisk også på deres ledende spørgsmål.

Jeg skal dog ikke her gå dybt ind i hverken spørgsmål 1 eller spørgsmål 2. Jeg vil indskrænke mig til nogle bemærkninger om baggrunden for 60'ernes reformer og for de nuværende tendenser til "kontrarevolution" (en lidt voldsom glose som nok kan synes overdrevet, men som faktisk har været brugt i USA*).

Det er en udbredt påstand, at der er sammenhæng mellen den nye matematiks fremkomst og sputnik-chokket: Da Sovjetunionen i efteråret 1957 opsendte en satellit med en vægt der var 50 gange større end de planlagte amerikanske satellitters, begyndte efter sigende hele den vestlige verden at forbedre deres tekniske og naturvidenskabelige uddannelser for at opnå militær konkurrencedygtighed. Forklaringen kan have en del på sig i USA, selv om den måske også der kunne trænge til en kritisk vurdering. I Danmark holder den i hvert fald ikke. Vore planlæggere delte fra 50'ernes midte den overbevisning som med stor iver blev fremført af OEEC's strateger: At vi for at sikre _økonomisk_ konkurrencedygtighed og fremgang måtte styrke de tekniske og naturvidenskabelige områder. Sputnik-chokket spillede kun en rolle i medierne, hvor det skaffede

---

* Gregor W. Pinney, "Counterrevolution in Math", _The Nation_, 21.5.1977, 625-627.

opbakning bag en politik hvis grund var lagt længe før oktober 1957.

De fleste matematiklærere med erfaringer tilbage fra 60'erne ved dog, at ønsket om en uddannelse der tjente konkurrencedygtigheden kun kom til at spille en temmelig indirekte rolle som baggrund for og igangsætter af reformarbejdet: Danske Grundtvigsk påvirkede skoletraditioner (primært i den blå betænknings udformning),- fagmatematikere og initiativrige matematiklærere,- staben på Danmarks Lærerhøjskoles matematiske institut,- samt ikke mindst nogle forlag med fingeren på både puls og aftrækker - alle disse sider af det danske samfund fik nok så stor betydning for den konkrete udformning og gennemførelse af reformerne. Planlæggernes formål med igangsætningen var glemt længe tingene var støbt færdige, og reformernes resultater er aldrig blevet vurderet i forhold til OEEC's, handelsministeriets og teknikerkommissionens motiver.

Der er (ikke mindst udenlands) gjort nogle heroiske forsøg på at give en direkte socio-økonomisk forklaring på den nye matematiks indhold; der er givet snedige beviser for, at OECD (som i 1961 efterfulgte OEEC), industrien eller den moderne kapitalisme havde særlig brug for mængdelære og flytningsgeometri. De virker dog ikke just overbevisende. Samfundets indflydelse på matematikundervisningen er mere indviklet end som så.

Den historie skal jeg ikke uddybe længere ned i detaljerne. Jeg skal nøjes med at henvise til, at jeg andetsteds har behandlet den på skrift*.

Som bekendt (i hvert fald for de implicerede) har matematikreformen været mangfoldig, og som ligeledes bekendt (for de samme) har nogle af dens sider voldt visse problemer. Det har naturligt nok ført til fremkomsten af en mere eller mindre konstruktiv, mere eller mindre kritisk debat, hovedsagelig holdt "inden døre", blandt folk som kunne hævde at have for-

---

* "Historien om den nye matematik i Danmark - en skitse", pp. 49-65 i Peter Bollerslev (red.), Den ny matematik i Danmark - en essaysamling (København: Gyldendal, 1979).

stand på matematik, på skolen eller på børn. De egentlige "kontrarevolutionære tendenser (hvis jeg må være så fri stadig at bruge dette overspillede udtryk) er dog ikke udgået fra denne debat. De stammer heller ikke fra centralt placerede planlæggere i undervisningsministeriet eller U 90, som kunne se de gamle OECD-formål misligholdt. De skabes derimod stort set af de samme kredse som bekæmper EFG-uddannelserne og ønsker mesterlæren bevaret: Arbejdsgiverforeningen, Erhard Jacobsen, og hvem der i øvrigt finder det passende at fiske i politisk rørt vande.

Det var vel ikke mindst en cadeau til disse kredse, at faget vedblev med at hedde "regning/matematik". Det er også en hensyntagen til dem (begrundet i den sangbund som store dele af pressen skaffer dem) som kan gøre det nok så svært at få lov til at lære konstruktivt af de fejlgreb som er begået under gennemførelsen af reformerne: Ikke fordi de eller andre udtrykkeligt går imod konstruktiv fornyelse, men på grund af de stærke bånd der følger af deres forlangender angående de afsluttende prøver.

Spændingen mellem reformens og "kontrarevolutionens" bagmænd illustrerer tvetydigheden i spørgsmål 2. "Samfundet", ja selv "erhvervslivet" eller "kapitalen" viser sig at være splittede størrelser. I begge tilfælde må initiativet jo føres tilbage til hvad der normalt bliver anset for "erhvervslivets fortalere". Forskellen er, at OEEC/OECD for 15-20 år siden nærmest var at ligne ved generalstaben for en fortrop på vej ud i nye offensiver; Erhard Jacobsen og Co. må derimod militært set snarest betragtes som en arrieregarde der mistænksomt skyder løs på alt hvad der ser truende og fjendtligt ud.

"Samfundet" er altså ingen enhed med fuldt ud fælles interesser, end ikke over for skolens matematikundervisning. Hvilke grupper der kommer til at definere f. eks. "erhvervslivets krav" til undervisningen er bl. a. et konjunkturspørgsmål (ligesom militært set fortrop og arrieregarde har skiftende betydning i krigsførelsens forskellige faser). Hvilken balance der bliver mellem erhvervslivets og andre samfundsmæssige grupperingers interesser er videre, også når det gælder matematikundervisningen, et konfliktspørgsmål. Mindre abstrakt udtrykt: Om udviklingen skal bestemmes af arbejdsgiverforeningen og dens politiske allierede, eller den skal skabes gennem en debat mellem matematikundervisningens fagfolk (ikke mindst lærerne) og eleverne og deres forældre (altså: folket) - det er, selv om udtrykket måske vil forbløffe, et spørgsmål om klassekamp (og denne gang skal det store ord opfattes i sin grundbetydning, som konflikt byggende på de grundlæggende modsætningsforhold i samfundet, og ikke billedligt som da talen var om "kontrarevolution").

Hermed er vi nået hen i nærheden af de to spørgsmål der tager udgangspunkt i eleverne og ikke i det abstrakte samfund og dets interesser og krav. Fremhævelsen af netop disse to spørgsmål som de centrale er i sig selv noget af en politisk stillingtagen. Det ser man måske lettest ud fra en betragtning af den holdning som kan spores bag såvel den hjemlige danske matematiske kontrarevolution som bag spørgsmål 2. Tendentielt kan den udtrykkes ved hjælp af en sætning med fire niveauer:

VI har alle en fælles interesse i at

SAMFUNDET og ikke mindst
ERHVERVSLIVET fungerer godt,

og derfor skal SKOLEN

lære BØRNENE dette og hint.

Sætningen indeholder en modstilling af et postuleret abstrakt vi, bestående underforstået af forbrugere og indkomstmodtagere, og de konkrete børn (og producenter) som er forudsætningen for at samfundet og erhvervslivet kan fungere, og som på en eller anden måde formodes ikke at være os.

Heroverfor står den opfattelse, at skolen og dens undervisning har sine forpligtelser ikke over for et abstrakt samfund og et lige så abstrakt og indholdsløst vi, men over for konkrete mennesker, som i løbet af deres tilværelse både er børn, producenter, indkomstmodtagere og forbrugere; at skolens formål ikke er (eller snarere ikke burde være) fabrikation af menneskelige maskindele men derimod disse konkrete menneskers tilværelse;- men samtidig en erkendelse af at mennesket med Aristoteles ord er et "samfundsmæssigt dyr", at mennesker lever i et tæt, uopløseligt og afgørende vekselvirkningsforhold med hinanden i et fælles samfund*.

Ser man hen over en årgang af bladet Matematik, ser man ikke meget til den første holdning; ingen af de mange skribenter opfatter skolebørn som et råmateriale der skal formes af hensyn til et samfundsmæssigt formål hinsides deres eget liv**. Den overordnede holdning er så godt som enerådende, at eleverne er skolens formål og ikke et middel,- uanset de meningsforskelle som i øvrigt er til stede.

I henseende til overordnet indstilling har den danske matematikreform altså udviklet sig til hvad der med en vis rimelighed kan betegnes som en demokratisk og progressiv bevægelse - ikke mindst fordi den (i hvert fald på folkeskoleniveau) er præget så stærkt af praktisk arbejdende lærere og så forholdsvis lidt af embedsmandsdiktater, kommissionsarbejder og store præfabrikerede systemer (i sammenligning med f. eks. Vesttyskland og Frankrig).

Hvad jeg her siger drejer sig - det må jeg hellere betone - om en tendenslæsning af den helt overordnede holdning til det pædagogiske arbejdes formål. Det skal ikke ses som et forsøg på at placere skribenterne i Matematik alment-politisk. Det må heller ikke læses som en påstand om at den nye folkeskolematematik nødvendigvis er specielt demokratisk eller progressiv - ikke fordi den nødvendigvis er det modsatte, men fordi det er et andet spørgsmål: Nemlig dels om, hvorvidt man overhovedet har forsøgt at lade den overordnede holdning

---

* Det kan virke som modstridende mod denne opdeling i to holdninger men er det dog ikke, at kredse knyttet til kontrarevolutionen også i visse sammenhænge fremhæver at skolen skal give plads for individuelle evner og derfor skal tillade opdelinger på forskellige niveauer. Hvad der er tale om er desværre kun et ønske om en sorteringsmekanisme, hvor elitens medlemmer får lov til at være individer, mens resten som den anden side af samme proces reduceres til menneskemateriale; man mindes dengang det konservative folkeparti ene af alle stemte imod 1958-skoleloven på grund af dens reduktion af elitens privilegier.

** Undertiden kan man dog få et indtryk af, at matematikken har fået status som et ydre formål der styres efter. Men det er en anden sag, som hænger sammen med matematiklæreres professionelle orientering og erfaring og med arbejdssituationen.

være bestemmende for matematikundervisningens praksis; dels om hvorvidt man, hvis forsøget er blevet gjort, har haft held med sine bestræbelser. Én ting er som bekendt at ville det gode, og en anden at gøre det.

Under alle omstændigheder er uenigheden så stor om hvad der er de rette midler til at føre de smukke mål ud i livet, at ikke alle kan have ret på én gang. Hvis jeg må tage et eksempel: Skal børn møde positions-talsystemet første gang som 3-tals- eller som 10-talssystem? Nogle vil forsvare 3-talssystemet med en henvisning til at det stiller børn med forskellige socialt betingede forudsætninger ens: nogle kan tælleremserne når de kommer i skole og andre ikke, men alle møder 3-talssystemet med samme friske blik. Andre vil hævde, at de socialt betingede forudsætninger for at få noget ud af 3-talssystemet er <u>endnu mere</u> forskellige end kendskabet til tælleremserne, og at en start med 10-talssystemet i en proces med primært udgangspunkt i de forudsætningsløse elever trods alt er det mest demokratiske.

Jeg skal ikke i denne sammenhæng gå nøjere ind på diskussionen af hvorledes forskellige sider og udformninger af den ny matematik må formodes at virke: demokratisk eller antidemokratisk. Jeg skal i stedet vende tilbage til nr. 3 og 4 blandt de spørgsmål hvormed jeg lagde ud. Tager man igen tidsskriftet <u>Matematik</u> i hånden er det tydeligvis især visse specifikke delspørgsmål under spørgsmål 3 som dukker op. Det hænger naturligvis sammen med undervisningssituationen: Man står som lærer med en række krav til eller ideer om hvad undervisningen bør indeholde og føre frem til - og sættes så over for en snes børn ad gangen <u>og skal prøve på at føre krav og ideer ud i livet</u>. Spørgsmål 3 er altså det umiddelbart påtrængende praktiske spørgsmål.

Som oftest diskuteres det i ret uspecifikke eller til tider noget teknokratisk klingende termer: "Tabere", "matematiksvage elever", ... Går man til Emil Kruuses gamle undersøgelser af hvem der kommer til specialundervisning* er det ikke

---

* Emil Kruuse, "En undersøgelse af hjælpeklasseelevers og

svært at regne ud, hvem der også når det gælder matematikundervisningen har de færreste chancer i den eksisterende skole: De ufaglærte arbejderes og de enlige mødres børn. Men skønt arbejdet med dette problem nok kan kritiseres for at foregå på et grundlag der er mere intetsigende end det behøvede at være*, så løber der dog en diskussion som forhåbentlig kan udvikle sig. Noget tyder endda på, at forlagene begynder at øjne visse fortjentsmuligheder. Disse problemer skal jeg derfor ikke gå dybere ind i**, på trods af deres helt centrale betydning. Derimod vil jeg koncentrere opmærksomheden om spørgsmål 4.

Når man som praktisk underviser stiller sig spørgsmålet, hvad ens undervisning betyder for eleverne, vil man let nøjes med at tænke på eleverne i deres aktuelle situation. Når spørgsmålet stilles til folkeskolens matematikundervisning, sker det også hyppigt i formuleringer i retning af "Hvad er prisen på 7 is?" (en gammel overskrift fra Folkeskolen, citeret efter hukommelsen). Svaret på hvad børnene har brug for bliver enten en opremsning af hvad de har brug for hvis de vil kontrollere butikkernes byttepenge og hvis de skal kunne følge med i samfundsorientering; eller det går ud på, at børnene først og fremmest har brug for at matematiktimen er kreativ, spændende og måske endda musisk.

---

hjælpeholdselevers sociale baggrund", Skolepsykologi 8 (1971), 455-461. Samme, "En undersøgelse af regneretarderedes sociale baggrund", Skolepsykologi 9 (1972), 47-54. Samme, "En undersøgelse af læseretarderedes sociale baggrund", Skolepsykologi 9 (1972), 122-128. Samme, "En undersøgelse af staveretarderedes sociale baggrund", Skolepsykologi 9 (1972), 129-132. Samme, "Læse- og staveretarderedes sociale baggrund", Skolepsykologi 10 (1973), 35-49.

* Min anke over det intetsigende grundlag kan se ud som akademisk piveri, men den har et praktisk indhold. Man kan nemlig frygte at denne diskussionsform reducerer problemet til dets skolepsykologiske aspekt. Sker det, kommer der ikke nogen demokratisk undervisning ud af det hele, men blot en sovepude.

** Jeg kan dog ikke bare mig for at nævne en tankevækkende bog, som på grund af sit oprindelsesland er mindre kendt end den fortjener at være: Stella Baruk, Échec et maths (Paris: Seuil, 1973). Den anbefales til alle fransklæsende.

Begge dele er relevante betragtningsmåder - og det er fristende at blive hængende her, fordi der ligger noget ubehageligt formynderisk i fagfolks forsøg på administrativt at afgøre hvad matematik folk skal have brug for i deres tilværelse. Men sådan som vilkårene for folkelig, demokratisk medvirken ved udformningen af konkrete reformer og lignende politiske tiltag er i vort samfund, må fagfolk nok indstille sig på selv at tage en del af initiativerne her. Blot må vi samtidig indstille os på, at dette hverken giver os monopol på retten til at mene noget eller på retten til at mene det rigtige - ellers jager vi blot interesserede lægfolk i armene på Erhard Jacobsens aktive skolekomiteer.

Nogle forsøg er der selvfølgelig blevet gjort på at besvare spørgsmålet, hvilken matematik folk har brug for i deres totale tilværelse. Oftest har disse forsøg været en reaktion på tendenser til at overlæsse undervisningen med stof eller til at begrunde undervisningens indhold ud fra den matematiske videnskabs udseende. Resultatet har som oftest været temmelig magert, fordi man normalt udelukkende har søgt efter hvilke præcise ting mennesker som de er flest får brug for at kunne regne ud - altså, groft sagt, efter en liste over de formler som alle ville have glæde af at kende.

I et forsøg på at undersøge denne tænkemådes begrænsninger og på samtidig at komme lidt videre skrev jeg for et par år siden et essay om problemet. Jeg gjorde det nærmest i panik efter Erhard Jacobsens udspil i august 1977 med Aktiv Skolepolitik. Det er dette essay om veje og mål for matematikundervisningen som følger efter denne indledning. Skønt de aktive skolekomiteer indtil videre ser ud til at have været en døgnflue, og skønt jeg er mig de mange utilstrækkeligt behandlede emner i skriftet pinagtigt bevidst, har jeg valgt at lade det stå uændret, bortset fra rettelse af trykfejl og lignende. Formålet var - og er - trods alt ikke at give de endegyldige svar på alle spørgsmål, men det mere beskedne at give anledning til videre diskussion og eftertanke.

Jens Høyrup

Værløse, i august 1979

Der findes meget få litteraturhenvisninger i den følgende tekst. De få udtrykkelige henvisninger og citater omhandler følgende værker:

"Den blå betænkning" (citeret side 4) er selvfølgelig Undervisningsvejledning for folkeskolen. Betænkning nr. 253, København 1960.

De "supplerende bemærkninger til de vejledende læseplaner" hedder mere præcist "Supplerende bemærkninger til de vejledende læseplaner i folkeskolen". De er udsendt af Folkeskolens Læseplanudvalg i 2. reviderede oplag i juli 1970 (omtalt side 13)

Den indiske opgave stammer ligesom det efterfølgende citat fra Klaus Sadolin og Tage Werner fra: Klaus Sadolin & Tage Werner: Tal og regning. Munksgaard: København 1972. Det citerede står på side 11 og 12 (citeret side 37).

Om "Aktiv Skole Politik" kan der læses i dagspressen fra dagene omkring den 20.8.1977. F. eks. Information, 20.-21.8.1977, side 5.

Der startes nu i Danmark komiteer for en "aktiv skolepolitik" med det erklærede formål at kanalisere og sortere den utvivlsomt eksisterende utilfredshed med de mål efter hvilke undervisningen tilrettelægges og med de bekendtgørelser, læseplaner og andre regelsæt hvorefter den styres. Ser man bort fra den mistanke, at utilfredsheden skal sorteres og strammes op i overensstemmelse med initiativtagerens politiske tendens, er det principielt fortræffeligt, at ikke blot uddannelsessystemets establishment men også de utilfredse får mulighed for at skaffe sig artikuleret udtryk.[1)]

Alligevel rummes der væsentlige faremomenter i oprettelsen af sådanne organisationer, der alene har til formål at organisere utilfredsheden, og altså ikke at skabe en dialog mellem de utilfredse og de ansvarlige for den eksisterende undervisnings ånd (en dialog som ellers nok har kunnet savnes). I hvert fald én sådan fare ligger i muligheden for, at utilfredsheden med den eksisterende skoles resultater skal gennemtvinge ændringer af forhold i skolen, hvis betydning for undervisningens samlede resultat kritikerne ikke er klar over, - fordi heller ikke andre egentlig nogensinde har gjort sig dem rigtig klart. En anden, at den for overfladiske forståelse af hvad der er sammenhængen mellem veje og mål i skolen bortleder opmærksomheden fra de forhold, der kunne være den reelle baggrund for den påståede forringelse af skoleundervisningens standard (beskåret undervisningstid, børnenes livssituation uden for skolen, for nu at nævne nogle forhold der ligger uden for de enkelte fags begrænsede domæne).

I den situation er det nok vigtigt at få åbnet diskussionen om skolens og skolefagenes forudsætninger, mål og midler, inden aktivkomiteerne lukker den på snævre præmisser og forhastede konklusioner.

---

1. Især da hvis ikke artikulereringen skal foretages af folk, der det ene tiår gør sig landskendte som kommunalpolitiske beskyttere af progressiv pægagogik for i det næste at slå sig op på at angribe den, eller af frustrerede skolefolk, der har lettere ved at fremføre deres utilfredshed gennem en aktionskomité end hvis de trådte frem personligt og derfor som professionelle var nødt til at argumentere for deres synspunkter.

Diskussionen har mange emner at tage op:

- Man kan diskutere skolen som opdragende helhed, og forsøge at klargøre hvilken opdragelse der formidles i skolen. Det er gjort før, men kan måske gøres endnu bedre, så det giver større mulighed for at tage stilling til den almene baggrund for at aktionskomiteer om skolepolitik formodentlig kan dannes med succes.

- Man kan (og bør) undersøge, i hvilket omfang der måtte være noget om snakken om standardforringelse; på hvilke felter den måtte gøre sig gældende; på hvilke der til gengæld måtte være opnået andre reelle kvaliteter; samt hvilke virkelige årsager der måtte ligge bag. Over for påstandene om standardforringelse har den gængse og naturlige forsvarsreaktion været enten at benægte deres eksistens, eller at hævde at en eventuel forringet læse- og regnefærdighed kompenseres med en større forståelse af hvad færdighederne skal bruges til. Det kan være rigtigt nok, er det forhåbentlig også; men det ville blive til et stærkere argument, hvis det var konklusionen af diskussion og undersøgelse og ikke kun fremstod som afværgende påstande. Måske ville det også tvinge andre til i højere grad at holde sig til anklager som de kan belægge med holdbare overvejelser og undersøgelser.

- Man kan gå ind på de enkelte fag, på deres funktion, på hvilke mål der kan opstilles for dem, på hvilke midler der bruges eller kunne bruges for at opnå disse mål. Ikke mindst nu, hvor Erhard Jacobsen har erklæret ballet for åbnet hvad angår hele skolens formål, må denne diskussion være vigtig.

Det er denne sidste diskussion, jeg vil forsøge at tage op i det følgende for faget regning/matematik, - ikke i alle aspekter og ikke i den dybde der kunne ønskes, men dog forhåbentlig i en sådan bredde, at mulige afsæt for et dybtgående arbejde kan skimtes.

Jeg skal forsøge at dele overvejelserne op, således at undervisningens mål så vidt muligt behandles for sig og først, mens den principielle og praktiske snak om vejene til disse mål kommer derefter.

Jeg skal forøvrigt forudskikke den bemærkning, at jeg i det følgende bruger glosen <u>matematik</u> i den omfattende betydning, hvor den også dækker regning.

1. DEL: MÅLENE

Hvorfor skal folk lære matematik i skolen ?

Dette spørgsmål kunne man tænke sig besvaret på tre forskellige måder.

Den ene er, at ellers bliver der ingen stillinger til matematiklærerne.

Den anden, at matematik da er et udmærket tidsfordriv, og noget skal ungerne jo da lave i skolen. Med et slogan: "Skoletid er levetid"; eller: "matematik er et musisk fag".

Den tredie begrundelse er, at folk uden for matematiktimen (enten allerede i skoletiden eller også efter at have forladt folkeskolen) får brug for noget, som de lærer at gøre ved at deltage i skolens matematikundervisning. Der kan også være tale om, at andre får brug for noget, som folk lærer at gøre ved at deltage i skolens matematikundervisning. Et slogan for dette synspunkt kunne være "skolen for livet".

Den første begrundelse kan være hæderlig fagforeningspolitik på det korte sigt. I form af uartikuleret tro på egen vigtighed har den måske også spillet en rolle i læseplansudvalg og andre steder, når timetallene skulle fordeles - hvorfor skulle matematiklærere opføre sig anderledes end folk fra andre fag ?

Som almen begrundelse for, at der skal drives matematikundervisning i skolen kan begrundelsen dog ikke tages alvorligt.

At skoletid er levetid er et udmærket synspunkt, sådan taget i almindelighed. Hvorfor skulle vi dog prøve på at gøre skoletiden plagsom for vore børn ? Men til påstanden om at matematik da er en udmærket tidsfordriv er at indvende, at håndbold, skakspil, amatørteater og tegning måske er nok så gode måder at fordrive tiden på for mange børn. Håndbold har oven i købet den fordel fremfor matematik, at den tjener folkesundhedens vel. At skoletid er levetid kan altså kun tjene som begrundelse for at tilbyde matematikundervisning som valgfrit fag.

De tunge begrundelser for at tvinge børn til år ud og år ind at beskæftige sig med noget så krævende som matematik må altså søges under overskriften "skolen for livet". For ikke på grundlag af denne foreløbige konklusion at komme til at drage forhastede slutninger skal vi måske med det samme minde os selv om, at det "liv" som skolen skal tjene er mangfoldigt. "Skolen for erhvervslivet" er én side af sagen, og det private livs daglige praktiske behov er en anden. Men vigtige sider af vort liv er, at vi er med i et socialt samspil og medlemmer af en kultur.[2)]

---

2. I den blå betænkning sluttede kapitel 2, "læseplaner og skolen", med følgende sætninger:
"Det er skolens formål at dygtiggøre børnene til at gå ud i samfunds- og erhvervslivet, velegnede til at opfylde de krav, man med rimelighed kan stille, men først og fremmest er det skolens opgave at fremme alle muligheder for, at børnene kan vokse op som harmoniske, lykkelige og gode mennesker".
Dette synspunkt på skolens formål er et særdeles poetisk udtryk for ønsket om en "skole for livet". Det lider kun af den ene skavank, at undervisningsminister Jørgen Jørgensen egenhændigt tilføjede ordene om de lykkelige og gode mennesker efter at betænkningen i øvrigt var skrevet færdig, - således at de der har udformet midlerne (de vejledende læseplaner) har gjort det uden kendskab til denne den smukkeste del af skolens formål.

"Matematik for livet" - hvad er det ?

Lad os nu gå ud fra, at hvis der findes holdbare begrundelser for at undervise børn i matematik i folkeskolen, så må de søges i de bidrag matematikundervisningen giver til "livet". Men hvilke bidrag er da det ? Og hvilken matematik kan de begrunde ?

Folkeskolens matematik kan sigte på den verden der ligger ud over matematikken på to måder: Indirekte, ved at være en forberedelse til mere matematikundervisning på højere niveauer som selv har et udadgående sigte; eller direkte. Forberedelsen til yderligere matematikundervisning skal jeg lade ligge indtil videre. Så rejser sig altså spørgsmålet: Hvad gavn eller glæde kan folk have i deres liv af folkeskolens matematik ?

Engang var det et almindeligt accepteret synspunkt, at arbejdet med matematik (og måske specielt med den deduktivt opbyggede geometri) lærte folk at tænke klart og logisk.[3] Hvis matematik kan lære folk det, har den utvivlsomt lært dem noget. Men det er efterhånden ikke mange der virkelig tør tro (endsige hævde), at man lærer logisk tænkning i al almindelighed ved at lære matematik - dertil er de erfaringsmæssige vidnedbyrd for mange.[4]

Da troen på matematikundervisningens formale dannelsesværdi gik i forfald, begyndte de fagmatematisk orienterede

---

3. Der er tale om et specifikt udtryk for troen på undervisningens formale dannelsesværdi: Det væsentlige i undervisningen (eller i visse bestemte fag) er ikke den bestemte viden der formidles; det afgørende er, at undervisningen tjener til at skærpe visse "evner": iagttagelsesevne, hukommelse, flid, disciplin, ordenssans, logisk sans o.s.v.

4. En særlig version af troen på matematikundervisning som frodig muld for den logiske tænkning fandtes i 60-erne blandt de varmeste fortalere for en "ny matematik-undervisning" i direkte tilknytning til den videnskabelige matematik. De erkendte hellere end gerne, at den traditionelle matematikundervisning ikke var et vidundermiddel til skærpelse af tanken. Men de troede, at den "ny matematik" med dens snak om relationer og strukturer (i Vesttyskland har man direkte talt om den reformerede matematikundervisning som udtryk for en særlig "strukturmatematik") skulle være velegnet til at skabe en tankegang der var specielt tilpasset til den moderne komplicerede verden. Nu hvor 70'erne går på hæld høres slige spådomme dog sjældent fra profeterne.

didaktikere at forfægte den anskuelse, at matematik i mange former spiller en stadig større rolle i den moderne verden, og derfor skal børn for at være skikkede til at leve i den moderne verden lære matematiske begreber. Den såvel filosofi- som praksisløse normalmatematiker kender hverken forholdet mellem den matematiske teori og den virkelighed hvori matematikken anvendes fra den principielle side eller som personlig erfaring. For normalmatematikeren er det derfor naturligt at slutte ureflekteret fra matematikanvendelse til matematiske begreber. Men for den der ikke lever inden for normalmatematikerens horisont er det svært ikke at bemærke et uargumenteret spring i den pågældende slutning.

Når man er kommet så langt, er en rindalistisk reaktion[5] nærliggende. Man ser på matematikundervisningens pensum, altså på et spektrum af matematiske emner, og undersøger hvor i dette spektrum der findes færdigheder, som kan komme i brug i "dagligdag og erhverv". Resten erklæres for overflødigt.

Tilbage bliver ikke ret meget. Det kan ganske vist med god ret påpeges, at mange kan få brug for brudstykker af mere specialiseret matematik, men det betragtes som noget, folk kan lære som håndregler i erhvervsuddannelser og hobbylærebøger.

Jeg er ikke faldet over nogen præcis udspecificering af det rindalistiske program.[6] For at skabe mere klarhed over hvad det er vi taler om har jeg derfor konstrueret et selv, som "rationel rekonstruk-

---

5. Ordet "rindalistisk" stavet med lille begyndelsesbogstav for at betone, at personen Rindal er ganske uskyldig i denne sammenhæng. Afstanden fra kunststøtte til matematikundervisning er lang; det fælles punkt der får mig til at tale om rindalisme i forhold til matematikundervisningen ser jeg i, at en kritik, som der i og for sig findes masser af gode grunde for, resulterer ikke i differentierede overvejelser men i total og ureflekteret forkastelse.

6. Og selv om jeg var, ville jeg ikke referere direkte til den, da min hensigt med denne artikel ikke er at indgå i eller at rejse personlig polemik, men at skabe mulige afsæt for debat og eftertanke. Derfor refereres også alle synspunkter anonymt (bortset fra det smukke citat fra Jørgen Jørgensen).

tion" ud fra de argumenter der indeholdes i det rindalistiske synspunkt. Det ser således ud:

a. Noget talregning - men næppe til overmål, vi har jo lommeregneren. Enheder for penge, tid, længde, vægt m.m.

b. Noget "anvendt talregning", d.v.s. privat regnskabsføring, procentregning, proportionalitetsregning (altså hvad der i gamle dage hed reguladetri, forholds-, blandings- og delingsregning, i det hele taget alt hvad der kan klares ved en førstegradsligning).

c. Lidt empirisk geometri, herunder grafisk afbildning.

d. Aflæsning af forskellige tabeller, samt anden elementær deskriptiv statistik.

e. Ud går al deduktiv opbygning i bl.a. geometri, ud går al algebra ud over 1.gradsligninger (d.v.s. såvel 2. gradsligninger som abstrakt algebra); ud går endelig al sandsynlighedsregning.[7)]

Det rindalistiske princip har adskillige bestikkende sider. Det program det fører til er ikke særlig omfattende, og derfor tillader det et roligere og grundigere arbejde end det nuværende pensum. Det gør det desuden let for læreren at komme med svar over for kritiske elever og forældre, der spørger hvorfor man skal lære dette eller hint (det skulle endda sørge for, at den slags spørgsmål blev forholdsvis sjældne, fordi det meste af undervisningen kunne bygges på problemer af indlysende relevans). Det rindalistiske program er også klart <u>nødvendigt</u> som <u>minimumskrav</u>. Men det rindalistiske princip lider af én meget stor svaghed.

Den svaghed har det til fælles med skolens prøveformer (og derfor bliver det særlig tillokkende for den lærer, der

---

7. Man kan lægge mærke til, at det rindalistiske program ikke er en tilbagegang til f.eks. 1903-skoleloven. Store dele af den gamle mellemskoles pensum er faldet for den rindalistiske sparekniv, og kun punkt a og b i programmet hørte til gengæld til folkeskoleniveauets pensum i min egen skoletid: punkt c og tabelaflæsningen kom ind med den blå betænkning, og den øvrige deskriptive statistik hører endnu senere tider til.

må leve med de urimelige spændinger mellem de smukke ønsker for matematikundervisningen og den form som afgangsprøverne har): Det ser undervisningen udelukkende gennem et pensum med dertil hørende færdigheder. Og skønt det er blåøjet overfladiskhed totalt at benægte betydningen af hvilke matematiske felter der er pensum, er den rindalistiske koncentration om pensum en alt for kortsynet og udialektisk reaktion på den overfladiske optimisme.

Matematik og virkelighed: Rindalismens utilstrækkelighed.

For at komme over denne knude må vi tage det op til overvejelse, om ikke også det var udialektisk blot og bart at forkaste troen på, at matematikundervisning skaber logisk og klar tænkning. Den tro viste sig at være uholdbar sådan son den gik og stod: Ved at følge og gentage logiske ræsonnementer i geometrien lærer man jo desværre ikke at tænke systematisk og sammenhængende over alt muligt andet. Men måske indeholder troen elementer af sandhed, hvis vi ser mere i matematikkens væsen end det deduktive ræsonnement, og hvis vi indskrænker vores krav til at gælde tænkning på mere begrænsede felter end "alt muligt andet".[8)]

Hvad er matematik altså for et foretagende ? Bortset fra den matematiske videnskabs esoteriske og æstetiske broderi for de få indviede ser det rindalistiske princip matematikken som et sæt af færdigheder som folk skal bruge i forskellige situationer (der kan være tale om både mekaniske og metodiske færdigheder, men under alle omstændigheder om et sæt af forholdsvis afgrænsede færdigheder). Men brugen af matematik forstået som forholdsvis afgrænsede færdigheder forudsætter, at brugerens verden er mentalt organiseret på en sådan måde, at disse færdigheder overhovedet kan komme i sving - blot det at uddrage en situation af en uendeligt kompleks helhed er i sig selv en mental organisering af verden.[9)]

---

8. Spørgsmålet kan også formuleres mere generelt: Er den totale forkastelse af den formale dannelsesteori berettiget ? Eller indeholder den elementer af sandhed, som vi kan finde frem til, hvis vi i stedet for at tro på eksistensen af isolerede "evner" der kan trænes undersøger det dialektiske forhold mellem erkendelsens indhold og dens struktur (en struktur som bl.a. kommer til udtryk i, under hvilken form nyt indhold kan erhverves).

9. Det er et forhold, der let overses i den normale matematikundervisning, fordi eleverne stilles over for krav om at bruge deres færdigheder på løsning af typeopgaver, hvor den veldefinerede situation allerede er skabt. Hvor galt det går, når man stiller opgaver uden for de gængse typer, så man ved realeksamen i maj-juni 1974. Opgave 5 lød som så:

(Noten fortsætter på side 10)

Matematiske færdigheder hører hjemme i en verden, der er organiseret med rationalitet som et ledende princip: en verden, der kan forstås, organiseres, regnes på, - det hele på sådan måde, at regningens resultat giver os en vejledning for effektiv handling i denne verden. Ganske foreløbigt kan man derfor pege på, at én af matematikundervisningens funktioner kan være, at den bidrager til at give os viden om, at verden i denne forstand er rationaliserbar. Man kan videre bemærke, at fordi alle i vort samfund har gennemgået matematikundervisning i et vist omfang, er det muligt for os at glemme at den rationaliserende mentale organisering har fundet sted, så vi i stedet betragter den som en uproblematisk naturgiven selvfølge (især fordi de af os der tillader os at diskutere matematik nok i skolen har haft et udbytte af matematikundervisningen over middel).

Når vor virkelighed rationaliseres - og specielt når tationaliseringen tager form af forberedelse til matematisk behandling - sker der en abstraktion. Vi bruger jo den samme talrække til at tælle gafler, stjernetåger og amøber; talrækken bruges til beskrivelse af visse sider af ethvert virkelighedsfelt der kan deles op i identificerbare, gensidigt adskillelige individer (og i kvantemekanikken viser det sig endda,

---

"I 1965 var Jordens befolkningstal 3200 millioner. Befolkningstallet antages at vokse med 2% pr. år. Brug tabellen for sammensat rentesregning ved besvarelsen af følgende 2 spørgsmål:

1) Hvor stort vil befolkningstallet være i år 2000?
2) Hvor mange gange så stort som i 1965 vil befolkningstallet være i år 2050?"

Resultatet var noget af en katastrofe; på trods af den udtrykkelige henvisning til den opgavetype (sammensat rentesregning) hvis metode skulle anvendes var der langt færre korrekte svar end man kunne forvente for en egentlig typeopgave af slagsen.

At der er tale om et generelt fænomen og ikke kun om et hændeligt uheld for nervøse børn i puberteten kan måske antydes af mine egne erfaringer med voksne ingeniørstuderende: Selv om de var nok så veltrænede i at løse differentialregningsopgaver, hvor den variable hed x, kneb det for adskillige betragteligt med at løse de samme differentialligninger i fysik, hvor den variable var tiden og hed t.

at kravet om individernes identificerbarhed ikke er uomgængeligt nødvendigt for at vi skal kunne tale meningsfuldt om deres antal). Den matematiske teori (i dette tilfælde talteorien) er så et spil med de formelle størrelser, der er resultatet af abstraktionerne (3 og 5 i stedet for 3 får og 5 får).

Anvendelsen af den matematiske teori består dermed af tre led: først en mental organisering af virkeligheden, hvorved visse sider af denne uddrages som de for vor øjeblikkelige interesse væsentlige elementer, og hvor visse præcise relationer mellem disse elementer antages at eksistere (såvel elementerne som de antagne relationer skal afspejle de sider af vort problem, der har betydning for dets løsning); dels en etablering af korrespondensregler, hvor vi identificerer de pågældende elementer med elementerne i en matematisk teori der opfylder tilsvarende relationer; dels endelig en manipulation med den matematiske teoris elementer, som tillader os via fornyet brug af korrespondensreglerne mellem disse og de abstrakt opstillede sider af virkeligheden at få noget at vide om disse sidste og dermed også om virkeligheden selv.[10)]

De første led af processen, nemlig abstraktionen der tillader os at analysere os frem til de væsentlige sider af et problem i den komplekse virkelighed, og identifikationen af disse med elementerne i en matematisk teori, kan vi i overensstemmelse med en udbredt sprogbrug kalde matematiseringen af problemet. Man kan også tale om opstilling af en matematisk model, idet der dog er en tendens til, at denne sprogbrug fortrinsvis anvendes, hvis de enkelte trin i matematiseringen

---

10. Og det forunderlige, som vi blot på grund af tilvænning tillader os sløvt at antage for en selvfølge er jo at det virker! Det kan lade sig gøre at opstille abstraktioner, korrespondensregler og matematiske teorier, som faktisk afspejler virkeligheden. Ud fra erfaringer med hyrdens får og med regnebrættets sten har vore forfædre skabt en matematisk teori, ifølge hvilken a+b = b+a. Og ikke blot passer det når vi har at gøre med får eller sten i millionvis og ikke kun i snesevis - det passer endog når vi tæller asteroider, skønt de matematiske regler har været kendt i årtusinder inden den første asteroide blev observeret i 1801.

formuleres udtrykkeligt. I mange tilfælde er matematiseringen bandsat svær at få hold på. I andre er den derimod blevet så tilvant på grund af mange møder med analoge problemer, at man overhovedet ikke bemærker at den foregår - problemet organiseres automatisk på adækvat måde i hovedet på én i det øjeblik man møder det.[11] Når matematiseringen er foretaget, kan der foreligge én ud af to situationer: Enten findes der en matematisk teori der dækker relationer af den art vi har postuleret i vores matematisering; hvis vort problem eksempelvis er geodætisk, og vi har anvendt teodolit-sigtelinier for at beskrive det, er den euklidiske geometri en sådan adækvat teori. Eller også findes en sådan teori <u>ikke</u>,men må udvikles. Den sidste situation er frugtbar for den matematiske videnskabs udvikling - de fleste væsentlige matematiske felter har vel

---

11. Skulle nogen finde udskillelsen af matematiseringen som en særlig proces kunstig, kan man pege på nogle erfaringer fra skolens verden, der tyder på at udskillelsen har et reelt indhold. I note 9 (side 9) refereredes realeksamensopgaven om befolkningstilvæksten. Selv henvisningen til rentesrentetabellen var ikke nok til at få ret mange til at strukturere problemet i relation til den allerede velkendte teori. En tilsvarende typeopgave derimod ville af de fleste være blevet løst forholdsvis problemfrit. Typeopgaver har nemlig den egenskab, at matematiseringen allerede <u>er</u> gennemført - eller i hvert fald så godt som gennemført: hvad der resterer er højst en tilvant og derfor triviel oversættelse mellem allerede fremhævede væsentlige elementer i situationen og de tilsvarende elementer i den matematiske teori (og selv den kan være overflødig, fordi typeopgavens struktur <u>selv</u> fungerer som den matematiske teori - det er ikke mindst tilfældet i rentesregningsopgaver).

Noget tilsvarende kan fremføres om det andet eksempel i note 9: differentialligninger med variabel x er den kendte teori, hvori matematikundervisningens opgaver er formuleret. Når man står over for en ligning med variabel t kræves i hvert fald den part af matematiseringen, hvor man identificerer den aktuelle variabel med teoriens x.

Før den blå betænknings tid fandtes der i mellemskolens pensum et emne der hed iklædte ligninger: Et problem formuleredes i tekst, og derefter var opgaven først at oversætte det til en ligning, dernæst at løse ligningen. Første del af opgaven var altså en matematisering, og anden del arbejdet indenfor den allerede kendte matematik. For de fleste hørte de iklædte ligninger til den mest frygtede og afskyede del af pensum, - ikke fordi man havde noget mod ligningsløsning, men fordi man følte sig alt andet end tryg ved at skulle matematisere.

(Noten fortsættes side 13)

deres første oprindelse i sådanne omstændigheder - men den byder selvfølgelig ofte på lige så store vanskeligheder som matematiseringen. På den anden side er den ikke relevant for vor diskussion af matematikundervisningens problemer, for det der kommer på tale for den altovervejende majoritet af folkeskolens elever (og gymnasiets med, for den sags skyld) er, at de vil komme ud for at foretage eller møde matematiseringer der fører over i elementær-matematiske teorier,

Vi er hermed nået frem til at kunne udtrykke utilstrækkeligheden i det rindalistiske program med større præcision: Det går ud på at lære folk de elementær-matematiske teorier eller i det mindste en række til disse teorier knyttede færdigheder. Men det glemmer, at for at kunne anvende disse i sig selv udmærkede færdigheder på de problemer som de er relevante for (problemer som jo ikke normalt vil foreligge færdigformuleret efter samme retningslinier som skolens typeopgaver) må vi være i stand til at foretage matematiseringen på egen hånd. Den glemmer også, at for at forstå de spørgsmål som andre stiller os af matematisk art (som for eksempel skattevæsenets spørgsmål i selvangivelsen) og de påstande af matematisk art vi stilles over for (f.eks. når nationaløkonomiske problemer udlægges i fjernsynet), så må vi være i stand til at følge den matematisering der er foretaget af den anden part i kommunikationen, hvis vi skal svare meningsfuldt på spørgsmålene, og hvis vi skal kunne tage stilling til budskabet.

Den blå betænknings synspunkt var, at eleverne burde kunne oversætte enhver tekstopgave til ligning, men dog også skulle kunne løse simple tilbagegående problemer uden brug af ligning - de skulle altså kunne forstå hvad det drejede sig om, de skulle kunne matematisere.

Da lørdagsfriheden blev fulgt op af et sæt "supplerende bemærkninger til de vejledende læseplaner", faldt den sidste del af kravet væk: Ligningsmetoden var dermed reduceret til en standardmetode til brug i typeopgaver. Kravet til forståelse af matematiseringen reduceredes altså væsentligt.

Matematik lærer os ikke logisk tænkning i al almenhed. Men hvis matematikundervisningen skal tjene videre formål end matematiklærernes udkomme eller underholdning for de på matematisk leg indstillede, må den i hvert fald hjælpe os til at kunne arbejde efter den logik der gælder for anvendelsen af matematiske metoder på det der ikke er matematik: matematisering og matematisk-teoretisk bearbejdelse. [12] At det er nødvendigt ligger hinsides den rindalistiske forståelse.

---

12. Behersker vi først den logik nogenlunde alsidigt, så har vi i øvrigt også erhvervet væsentlige elementer af generel, rationel og klar tænkning over virkelighedssituationer - ikke så meget fra det andet led i logikken, den matematisk-teoretiske, som fra det første: matematiseringen, der begynder med at man gør sig klart, hvad der er det i henseende til et bestemt problem væsentlige i en kompleks situation, og formulerer sammenhængen mellem situationens væsentlige elementer.

Matematik: Også et orienteringsfag.

I en "skole for livet" må matematik være et færdigheds-fag, forstået som et fag der formidler anvendelig kunnen. Det skulle være klart efter det foregående, at for at matematisk kunnen skal blive anvendelig, kræves der mere end rindalismen havde tænkt sig.

Men det er også antydet i det forrige, at begrebet "anvendelighed" havde uskarpe grænser: Er vor stillingtagen til budskabet i et matematisk argument en anvendelse ?

Der er ingen grund til at kaste sig ud i et større pindehuggeri om, hvorvidt det er tilfældet eller ej, Lad os blot slå fast,at for så vidt en større forståelse er noget som matematikundervisningen hjælper os til at opnå, må det siges at være "noget som man får brug for uden for matematiktimen, og som man lærer at gøre ved at deltage i skolens matematikundervisning" - og det var bortset fra en vis ombytning af ordene den begrundelse for matematikundervisning, der forkortedes ned til "en skole for livet".

For at forstå rækkeviden af kravet om en matematikundervisning "for livet" bliver vi altså nødt til at tage nøjere stilling til matematikkens rolle som orienteringsfag (eller for orienteringsfagene). For at foretage denne stillingtagen bliver vi endvidere nødt til først at gøre os klart, hvad orienteringsfagenes rolle overhovedet er.

Kort fortalt ligger der i orienteringsfagene to ting. De giver kendskab til den virkelighed man lever i - og de videregiver visse måder at betragte den samme virkelighed på. Det sidste er en indføring i væsentlige sider i den fælles kultur, - og for så vidt kendskabet til virkeligheden udelukkende formidles gennem de konventionelle betragtningsmåder, får orienteringsfagene karakter af indoktrinering med fremherskende ideologier [13] (som det er bekendt er denne anklage

---

13. Lad mig altså fremhæve, at undervisningens indoktrinerende karakter ikke afhænger af, om de konventionelle betragtningsmåder formuleres udtrykkeligt, men af hvorvidt det er dem der konsekvent anlægges på virkeligheden. Man kan endda sige, at en udtrykkelig formulering af betragtningsmåden muliggør en diskussion af den for sig og dermed også giver en større mulighed for at se virkeligheden ud fra andre synsvinkler.

blevet rejst mod adskillige skolebøger og orienteringsfag i de senere år).

Demokratiet bygger på folkets stillingtagen til virkelighedens problemer.

Skal folket blive den selvstændige kraft i demokratiet, og demokratiet ikke blot være en manøvre hvorved de konventionelle synspunkter og magtforhold sætter sig igennem med folket som mellemled, så er det nødvendigt, at befolkningen kender den virkelighed hvorom og hvori beslutninger træffes - og at den kender virkeligheden bedre end blot gennem de konventionelle betragtningsmåder.

Dermed sættes også et demokratisk krav til matematikundervisningen: Den skal være med til at tillade os at orientere os i virkeligheden: den naturgivne [14] såvel som den samfundsskabte.

Hvad angår den naturgivne virkelighed er kravet ikke synderligt inholdsrigt. På folkeskoleniveauet er der ikke de store muligheder for at drive hverken matematik eller naturerkendelse så vidt, at meget mere end elementær talanvendelse, proportionaliteter og deskriptiv geometri bruges i naturbeskrivelsen - og alle disse områder var allerede inddraget i det rindalistiske programs opgørelse af hvad der var nødven-

---

14. Kendskab til den naturgivne virkelighed kan synes unødvendig som demokratisk krav. Tre forhold peger på, at kendskabet er nødvendigt:
   - for det første de økologiske og ressourcemæssige begrænsninger som vor tilværelse er underkastet. Uden et vist kendskab til hvad det drejer sig om har vi ikke andet end stemmernes skingerhed og overskrifternes størrelse til at afgøre for os, om dommedagsprofeter eller jubeloptimister har ret.
   - for det andet det forhold, at henvisninger til naturens indretning gennem århundrederne er blevet brugt til med rette eller urette at erklære samfundsforhold for evige og uforanderlige. Ikke mindst biologien har her måttet holde for. Kun kendskab til realiteterne bag parallellerne tillader en rimelig stillingtagen.
   - for det tredie forudsætter demokratiet, at mennesket overhovedet har noget at bestemme, at ikke alt er Guds, Guders eller mystiske kræfters værk. Udviklingen af begrebet om en natur som vi har mulighed for at vide noget om og endda at indvirke på er dermed én (blandt flere nok så vigtige, men dog én) faktor bag udviklingen af den demokratiske idés opståen, og én (blandt flere nok så vigtige) af de nødvendige forudsætninger for realiseringen af demokratiet.

digt hvis man skal gerere sig fornuftigt i dagligdag og erhverv. Den eneste undtagelse er de sidste klassers biologiundervisning, hvor økologiske og populationsdynamiske overvejelser kunne integreres med adskillig matematik.[15)]

Anderledes forholder det sig med den samfundsskabte virkelighed. For det første kan der være brug for en del matematik til beskrivelsen af samfundet, såsom grafiske fremstillinger og deskriptiv statistik (lad os ikke glemme, at selve ordet statistik betyder noget i retning af samfundsbeskrivelse). For det andet kan en del samfundsmæssige sammenhænge også udtrykkes ved hjælp af matematik (i det mindste forenklede modeller af sammenhængene) - det gælder ikke mindst økonomiske sammenhænge, hvor dog selv simple økonomiske modeller trækker på nok så meget matematik som man kan forvente dækket i folkeskolen (nyklassiske og keynesianske modeller således på differentialregning, uendelige kvotientrækker, koblede lineære differentialligninger m.m.).

For så vidt vi overhovedet holder os inden for områder, som det er forsvarligt at søge dækket inden for folkeskolens matematikundervisning, giver hverken beskrivelser af samfundets tilstand eller af samfundsmæssige sammenhænge dog anledning til særlig mange krav ud over hvad der allerede er sagt om brugelige matematiske kundskaber (det rindalistiske program, samt kravet om færdighed i og forståelse af matematisering af simple problemer) - højst det som blev nævnt i forbindelse med de højere klassers biologiundervisning i note 15, og som også kunne nævnes i forbindelse med samfundsøkonomiske modeller. Men matematikkens rolle for skolens orienteringsfunktion er heller ikke afgjort med dens rolle som hjælpemiddel ved beskrivelse af samfundets tilstand og

---

15. For det første naturligvis en diskussion af betingelserne for og principperne bag en matematisk modelopstilling, der er omfattende nok til at kunne undersøges som selvstændig proces. For det andet en del matematiske emner, såsom deskriptiv statistik og måske sandsynlighedsregning (tests af modelforudsigelser m.v.), funktionsbegreb og gensidig afhængighed, algoritmisering (nemlig af koblede differensligninger, som kunne bruges i en model uden at diskuteres som selvstændigt matematisk felt).

af samfundsmæssige sammenhænge. Orientering om samfundet omfatter nemlig også orientering om matematikkens funktion i samfundet.

At nævne matematikkens funktion som et felt som folkeskolen bør orientere om kan virke som udslag af matematikeres storhedsvanvid. Det har dog den fornuftige baggrund, at vor hele sociale virkelighed i stigende grad involverer matematik. Man taler om videnskabeliggørelsen af produktionen og hentyder herved til en stigende brug i produktionsplanlægning og -kontrol dels af matematiske beregningsmetoder, dels af stærkt matematiserede videnskaber som fysik og kemi. Man taler om "scientific management" og mener dermed en styring af produktionen der med matematisk rationalitet forsøger at få mest muligt ud af arbejdskraften. Man taler om operationsanalyse og om økonomisk planlægning på virksomhedsplan, på nationalt plan eller sågar internationalt plan og peger derpå igen på felter hvor brugen af matematiske modeller og beregninger spiller en altafgørende rolle. Man taler endog om "computer-revolutionen" og viser derved, at den enormt effektiviserede brug af matematiske metoder der ligger i datamaten har muliggjort om ikke ligefrem en revolution så dog ganske vigtige forandringer af mangt og meget i vort samfund.

Principielt set kan en orientering om denne stigende betydning af matematiske metoder for vort samfunds funktion og hele eksistens gives efter to forskellige retningslinier: Den kan orientere at matematikken spiller en stadig større rolle, og i øvrigt bestræbe sig på at gøre det troværdigt; eller den kan forsøge at orientere om, hvordan det foregår, og hvilke virkninger det har.

Orientering om at vil meget let gå hen og blive til indoktrinering, orientering udelukkende formidlet gennem konventionelle synspunkter på sagen. Eleverne vil lære at der bruges matematiske metoder, vil se det forbundet med at matematik er rationel og neutral, og med at når bare man regner rigtigt så fører matematisk løsning af problemerne til det rigtige resultat. Den form for orientering om matematikkens rolle fører til accept af eksperters og magthaveres krav på at have retten og den ubetvivlelige rationalit på deres side, fordi deres fremgangsmåder og udlægninger af virkeligheden bygger på matematik. Den er dermed i sit væsen antidemokratisk.

Orientering om hvordan kan også godt drives, så den fører til passiv accept. Jo mere passivt eleverne stilles over for orienteringen, desto mere vil de være tvunget til at acceptere blankt (eller forkaste blindt i total mistillid til den måde hvorpå skole og medier fremstiller verden for dem). Men på den anden side: Orientering om hvordan matematikken udøver sin rolle og om hvilke virkninger det har kan overskride det passiviserende og indoktrinerende. Den kan blive en støtte til, at den selvstændige demokratiske stillingtagen bliver mulig selv i forhold til matematisk begrundede beslutninger.

Skal den blive det, kræves der to ting. Eleverne skal have kendskab til de teoretiske redskaber, der bruges i matematisk administration og beslutningstagen: Statistik og sandsynlighedsberegning; algoritmisering og datalogi; funktionel afhængighed, såvel af én variabel som af flere (herunder gensidig afhængighed mellem flere størrelser).[16] Og de skal vide noget om, hvad det hele går ud på, hvad matematisering og abstraktion gør ved vort billede af virkeligheden: At abstraktion udnævner noget til at være de væsentlige sider af en sag og ser bort fra resten, at matematisk rationalitet er rationel ud fra et bestemt tilsigtet formål og altså ikke nødvendigvis er rationel for den der ikke deler

---

16. Selvfølgelig kan man ikke i folkeskolen regne med at give en indføring i disse emner der nærmer sig hvad der bruges for alvor; men gennem arbejde med forenklede versioner kan eleverne skaffe sig en følelse af kendskab til de principper hvorefter tingene foregår, og allerede dette er af værdi: ikke nok til at efterprøve eksperternes arbejde i detaljer, men dog nok til at man ikke går bagover af imponerthed.

denne målsætning o.s.v.[17]

Man kan hævde, at vi endnu ikke er færdige med matematikundervisningens opgaver i forbindelse med orienteringen om den samfundsskabte virkelighed. Det kan siges, at også den rene matematik selv er en del af den samfundsskabte virkelighed, og derfor bør børnene også i skolen lære om den rene matematik.

Den påstand har to sider. For det første er det indlysende, at modelopstillingen, matematiseringen af virkelighedens problemer, kun er ét aspekt af anvendelsen af matematik; det andet, det som gør at det overhovedet er værd at bruge tid og kræfter på at matematisere, er anvendelsen af den matematiske teori, dens slutningsmetoder, beregningsmetoder og teoremer. Hvis eleverne skal forstå hvad der ligger i den stigende brug af matematik i produktion og sociale procedurer (en brug der jo netop udnytter det formelle systems styrke, må det også fremstå, at det altså drejer sig om matematik. En matematikundervisning hvor eleverne ikke opdager de formelle sammnehænge i matematikken, dens deduktive karakter, er derfor invalideret som orientering om hvad der er matematikkens samfundsmæssige rolle.[18] Lige så invalideret er i øvrigt en orientering, der lader matematikken fremstå som et fra himlen nedfaldent deduktivt system og overser de induktive sider af den proces hvoraf den er opstået.

---

17. En sådan viden kan opnås af to veje. Som intellektuel viden, formidlet af lærer og lærebog. Og som fornemmelse, erhvervet ved at eleverne selv arbejder aktivt med at opstille og bearbejde matematiske modeller (hvad der giver oplagte muligheder for en fagintegration med andre fag som biologi eller samfundsorientering). Da den intellektuelle viden hvis den står alene let kan gå hen og blive tom repetitionsviden, og fornemmelsen ikke af sig selv vil blive til forståelse af andre sammenhænge end lige netop den hvormed man har arbejdet (og i øvrigt end ikke nødvendigvis bliver formuleret som forståelse i denne oprindelige sammenhæng), fører ingen af de to veje alene til målet, - de må kombineres, hvis undervisningen skal overskride det indoktrinerende.

18. Det skal dog huskes, at "indholdsbunden deduktion" orienteringsmæssigt må formodes at være nok så væsentligt som ren abstrakt aksiomatik. En Guds lykke, må man vel sige, i betragtning af at det pædagogisk kan være svært nok at få bare halvdelen af eleverne til at forstå meningen med de genstandsløse abstraktioner.

Der er altså belæg nok for at lade matematikundervisningen orientere om den side af den rene matematik, der udgøres af dens "væsen": et net af deduktive systemer, udviklet gennem en induktiv proces der spændes op af den deduktive logiks strenge krav. En anden side af den rene matematik udgøres imidlertid af den rene matematiks detaljerede udseende: Hvilke termer betjener den sig af, hvilke er dens grundlæggende begreber, hvilke er dens øjeblikkelige hovedinteresse og forskningsfronter. Dette er en del af den samfundsskabte virkelighed, og for matematikeren at se måske den største del. Men allerede for ingeniøren og operationsanalytikeren ændrer perspektivet sig, og for folk i almindelighed er viden om algebraisk topologi lige så perifer som oplysningen om, at sumerisk i modsætning til babylonsk var et agglutinerende sprog (og hvad angår faktisk indflydelse på deres dagligdag falder afgørelsen måske også ud til fordel for sumerisk). Ud fra et orienteringssynspunkt har den rene matematiks detaljerede indhold og sprogbrug intet at gøre inden for folkeskolens matematikundervisning; om begreber som mængder, ordningsrelationer og grupper skal bruges afgøres af hvor vidt de fra et pædagogisk synspunkt er hensigtsmæssige (herom mere på side 44-50).

"Matematik for livet" - en foreløbig konklusion, angående formål og emnevalg.

Vi er nået til, at både når matematikundervisningen skal give brugelige redskaber i hænderne, og når den skal tjene til orientering, stilles der to krav til den.

1. Den skal gøre fortrolig med en række matematiske felter og procedurer. Hvad angår de felter som folk selv får brug for i dagligdag og erhverv, skal fortroligheden være så høj, at folk ved udgangen af folkeskolen kan håndtere dem i fuldt omfang og på egen hånd (det drejer sig stort set om det rindalistiske program). Hvad angår de felter som indgår i orienteringen om matematikkens samfundsmæssige rolle er en fortrolighed med enklere modeller vel nok tilstrækkelig - i hvert fald er den i praksis nok det højeste der kan opnås (det drejer sig især om udbygning af statistikken, om sandsynlighedsregning, om algoritmisering evt. i form af datalogi, om forskellige former for funktionelle afhængigheder).

2. Den skal give folk kendskab til og fortrolighed med abstraktions- og matematiseringsprocessen, sætte dem i stand til at forholde sig aktivt til den (skabende, forstående eller kritisk, efter situation og behov). I forbindelse med de daglige behov for anvendelse af matematik skal matematisering af sådanne problemer som kan løses med det rindalistiske programs metoder indøves til en sådan grad af fortrolighed, at den udføres med selvfølgelig færdighed. I forbindelse med matematikundervisningens orienteringsfunktion er målet en principiel forståelse af fremgangsmåder og begrænsninger også ved en egentlig (større) matematisk modelopbygning; endvidere kendskab såvel til de formelle og deduktive som til de induktive sider af matematikkens karakter.

Disse to punkter udgør et mål for matematikundervisningens slutresultat. Deres rolle er at fastlægge et minimumskrav til hvad folk skal kunne i forbindelse med matematik, når de forlader folkeskolens matematikundervisning. En del af deres indhold går på ret kontante kundskaber og færdigheder, hjemmehørende inden for bestemte matematiske felter.

Den del siger altså noget om hvad undervisningen skal beskæftige sig med af rent matematiske emner. En anden del af deres indhold vedrører mere overordnede færdigheder og kundskaber, som nok har nogle konsekvenser hvad angår undervisningens tilrettelæggelse og hele metodik,[19] men hvis krav til det matematiske indhold både er mindre præcist og mindre dechifferbart: Nemlig at man ved at beskæftige sig med den emnekreds som lægges ind i undervisningsplanen kan opfylde målsætningens krav til overordnede færdigheder og kundskaber.

Et af matematikundervisningens ubehageligste problemer er det store antal børn der har svært ved at følge med i det samlede pensum. Det er ikke noget tilfælde, at når Statens Pædagogiske Forsøgscenter kørte forsøg med udelt undervisning af alle i 8.-10. klasse, var det netop i matematik man alligevel så sig nødsaget til at dele i et realafdelingshold og et 9.-10.-klasses hold. Jo mere matematisk stof der læsses på undervisningen, des større bliver problemet selvfølgelig. Hvis man fastlægger som sin målsætning for folkeskolens matematikundervisning, at alle gennem den skal have mulighed for at opfylde de på side 22 stillede krav i hvert fald så nogenlunde, skal man derfor ikke overlæsse undervisningen med matematisk stof af alle mulige arter. Grundstammen[20] i undervisningens matematiske indhold bør altså indskrænkes nogenlunde så meget som det er gørligt ud fra den samlede målsætnings to punkter. På den anden side er det ikke troligt, at den samlede målsætning kan opfyldes blot ved indøvelse af det første punkts kontante færdigheder og kundskaber. Dels er mange kognitive forudsætninger nødvendige, før man er modtagelig for slutmålets trods alt ganske komplicerede kontante kunnen (selv det rindalistiske programs punkt b, c og d rummer mange elementer som man ikke kan smide eleverne forudsætnings-

---

19. Allerede i note 17, side 20, er nogle sådanne konsekvenser diskuteret; videre diskussion følger nedenfor.

20. Til grundstammen kan der selvfølgelig føjes ekstra stof, i det omfang det synes gørligt og ønskeligt ud fra en vurdering af den enkelte klasses eller elevs muligheder og behov.

løst ind i). Dels kræver opfyldelsen af undervisningens orienteringsfunktion et adskilligt mere alsidigt indblik i matematikkens og matematiseringens væsen, end det kan opnås ved indøvelse af de felter der følger af punkt 1. Valget af et pensum for folkeskolens matematikundervisning fastlægges altså ikke éntydigt af den overordnede målsætning. Tværtimod giver målsætningen mulighed for at andre hensyn tilgodeses ved pensumfastlæggelsen.

Det hensyn der i praksis oftest har været taget, ud over hvad der fulgte af undervisningens målsætning, har været hensynet til traditionen.[21] Et hensyn til traditionen er ikke i sig selv helt vanvittigt - hvad der har overlevet århundreders eller årtusinders erfaring kan næppe have været helt uhensigtsmæssigt. På den anden side er så mange sider af vor verden (og også den verden som børn oplever, og som giver dem det grundlag hvorpå de kan bygge deres forståelse af matematikken) radikalt forskellig fra den hvori traditionen overlevede. Traditionen kan derfor højst bidrage med forslag, hvis hensigtsmæssighed må overvejes ud fra andre kriterier.

I stedet for at tage hensyn til traditionen kunne man tage det hensyn at skolens matematik i udseende og begrebsapparat skal nærme sig den forskende matematik, matematikken som videnskab. Forargelsen over at skolefaget ikke var fulgt med i videnskabsfagets udvikling var faktisk én (blandt flere) af drivkræfterne bag 50'ernes og 60'ernes ønsker om en reform af matematikundervisningen (se også side 45). Også dette hensyn rummer en vis fornuft. For det første er det klart, at den form hvori matematikken optræder i skolen skal være i rimelig overensstemmelse med den form hvori man uden for skolen møder matematikken, ikke mindst i videreuddannelser. Ellers bliver skolematematikken kun en isoleret leg uden konsekvenser. For det andet er den videnskabelige matematiks form og de grund-

21. En tradition, der på den ene side går tilbage til Euklid (den deduktive geometri), dels over den europæiske senmiddelalders og arabernes handelsregning tilbage til Hammurabi-tidens babylonske skriveruddannelse (vore egne grøftegravningsopgaver stammer i lige linie ned fra opgaver om gravning af vandingskanaler).

begreber hvoraf den betjener sig (mængder, relationer, grupper, etc.) udviklet, fordi de viste sig hensigtsmæssige ved organiseringen af i hvert fald én slags matematisk tænkning. På den anden side må vi for det første gøre os klart, at for de flestes vedkommende vil selv den matematik de møder i videreuddannelser være en forberedelse til anvendelser af matematik - og anvendelser er ofte ikke formuleret i det videnskabelige sprog.[22] For det andet er den videnskabelige matematiks nuværende sprogbrug udviklet på et tidspunkt, hvor den samlede matematiske viden selv inden for det enkelte felt var uden sammenligning større end hvad der kan inddrages i både folkeskole og gymnasium. Et arkivsystem der er udviklet til brug for organiseringen af en storkoncerns korrespondance er ikke nødvendigvis det mest hensigtsmæssige for en privatpersons brevmappe. Ligeså med den videnskabelige matematiks system af hjælpebegreber.

Af begge disse grunde kan tilnærmelsen til den videnskabelige matematik altså lige så lidt som traditionen forsyne os med mere end forslag til hvad der kunne inddrages i folkeskolens matematikundervisning, forslag hvis hensigtsmæssighed må overvejes i lyset af andre kriterier.

Når hverken tradition eller videnskabsfag giver særlig tvingende vejledning i hvilke emner matematikundervisningen bedst beskæftiger sig med, er det rimeligt at søge råd andetsteds. Her er det nærliggende at tage to emner op, som vi tidligere har strejfet og derefter ladet ligge: Hensynet til at matematikundervisningen skal være en glæde i sig selv, og hensynet til videre matematisk uddannelse. Idet vi dog endnu engang udskyder realitetsbehandlingen af hvad disse hensyn indebærer, kan vi dermed opsummere de grundlæggende kriterier for matematikundervisningens emnevalg som følger:

---

22. Ganske vist er eksempelvis mange ingeniøruddannelsers matematikundervisning gået over til "new-math"-sprogbrug - men begrundelsen har ofte været at man var nødt til at benytte et sprog eleverne kendte fra skolen, selv om det ikke nødvendigvis var det mest adækvate for dem når de senere skulle benytte foreliggende faglitteratur.

1. Hvad bør folk lære i folkeskolen så fuldgyldigt, at de kan bruge det direkte, i privatliv eller erhverv ?
2. Hvad knytter an til videreudvikling i erhvervsuddannelser og videreuddannelse ?
3. Hvad hjælper til forståelse af vor omverden og dens dynamik (ikke mindst den sociale omverdens dynamik) ?
4. Hvad fremmer de overordnede didaktiske formål: evne til "aktiv abstraktion", kendskab til og færdighed i matematisering, kendskab til matematikkens formelle og deduktive natur og til dens induktive grundlag ?
5. Hvad er det interessant for børnene at arbejde med ?

Hertil kunne føjes endnu andre hensyn, f.eks. i henseende til matematikundervisningens opdragende funktion: Hvad fremmer børnenes tillid til egne evner og egen værdi, hvad fremmer evnen til samarbejde om problemløsning i gensidig respekt, hvad fremmer evnen til at kommunikere om matematiske emner. Alle disse hensyn har imidlertid meget lidt at gøre med emnevalg, og de afhænger i endnu højere grad end punkt 4 og 5 i det ovenstående af undervisningens tilrettelæggelse.[23)]

---

23. Jeg har i det forrige ikke ofret de alment opdragende formål med skolen megen opmærksomhed. Grunden hertil er, at der ikke er meget i målsætninger som styrkelse af elevernes selvtillid, eller styrkelse af deres evne til at samarbejde om problemløsning, som tilsiger at de nødvendigvis skal nås netop gennem matematikundervisning (ud over hvad der f.eks. er sagt om matematikkens orienteringsfunktion, som netop kan betyde noget for styrkelse af selvtilliden i et matematiseret samfund). På den anden side kan de tjene som pejlemærker for undervisningstilrettelæggelsen: matematikundervisningen bør tilrettelægges, så den fremmer elevernes selvtillid, deres evne til samarbejde o.s.v. Man kan gå videre og bemærke, at hvis de formål der er opstillet specielt for matematikundervisningen viser sig at resultere i en undervisning i modstrid med de alment opdragende intentioner med skolen, må det overvejes, om ikke disse sidste bør have så megen overvægt, at kravene til matematikundervisningen ændres (det er eksempelvis ikke utænkeligt, at man ud fra forestillinger om alt hvad matematik er væsentligt for opstiller så store krav til undervisningens indhold, at de svagere elever falder fra og derved dels ikke får noget særligt ud af undervisningen, dels får knust deres selvtillid i et fag som spiller en stor rolle i skolens helhed).

2. DEL: VEJENE

Vejene til målet. Matematisering.

Vi står nu på tærsklen til den anden side af matematikundervisningens grundlæggende spørgsmål. Efter hvorfor kommer hvordan.

Overgangen har været gradvis. Allerede det forrige afsnits diskussion af hvordan emnevalget skulle foregå var tildels en diskussion af vejen snarere end en diskussion af målet. Et emnevalg vil dog umiddelbart virke som et valg af formidlende målsætninger, så det afgørende spring sker først nu, efter opstillingen af det samlede sæt af kriterier for valget af disse formidlende målsætninger.

Det spørgsmål hvormed diskussionen af vejen passende startes er dette: Hvordan lærer man matematisering ?

Så meget er i hvert fald sikkert ud fra de hidtidige erfaringer med matematikundervisning, at matematisering ikke er noget man lærer ganske uden videre. Hvor store vanskelighederne er illustreres bl.a. af de eksempler der nævnes i note 9 (side 9) og note 11 (side 12).

Den traditionelle matematikundervisning, som den blev drevet i mellemskolen før 1960 (og som den såmænd i stort omfang stadig overlever på 8.-10. klassetrin), kan ved sin svigten på dette område lære os noget om hvad man ikke skal gøre. Som de gamle erfaringer med de iklædte ligninger fortæller, og som det også fremgår af den omtalte realeksamensopgave fra 1974, er træning i typeopgaver nok et effektivt middel til at lære eleverne at løse typeopgaver, men der er ingen umiddelbar overførsel fra typeopgaven til matematisk analoge problemer.

På den anden side er det indlysende, at matematisering ikke kan læres blot ved at man læser eller hører hvordan den foregår. For det første går matematisering ud på at finde de væsentlige elementer i en situation og i at postulere brugbare (men måske idealiserede) relationer mellem disse elementer - og præcise regler for hvordan man finder så upræcist definerede ting som det væsentlige og det brugbare er det ikke muligt at formulere. For det andet er evnen til at matematisere en færdighed, og færdigheder læres kun ved praktisk øvelse (omend de kan stadfæstes og bringes i forbindelse med en højere forståelse ved at deres forhold formuleres teoretisk).

Problemet er altså: hvordan lærer man ved at arbejde sig igennem visse matematiseringer at foretage andre. Formuleret i psykologisk sprogbrug er der altså tale om et transfer-problem.

Transfer har været undersøgt i mange eksperimenter siden Thorndike i 20'erne, viste, at selv om børn har lært at ordne små pinde efter størrelse, har de ikke dermed lært at ordne lange stokke efter størrelse: Principperne for hvordan ordningen gennemføres er ikke opfattet som noget for sig, men er uløseligt forbundet med den ene typeopgave hvori principperne er blevet trænet. Den almene erfaring som fremgår af denne og senere undersøgelser er, at overførbarhed af principper (i det nævnte eksempel principperne for ordning efter størrelse) opnås gennem arbejde med et varieret spektrum af problemer, hvori de samme principper kommer til anvendelse.

Denne opfattelse af hvordan transfer opnås kan med fordel formuleres inden for den Piaget'ske teoris begrebsverden: Ved at samme konkret-operationelle skema bruges i varierede sammenhænge, assimileres større og større felter til skemaet; på et tidspunkt bevirker den assimilation der er foregået sammen med vekselvirkning med andre skemaer og med overordnede kognitive strukturer, at skemaet akkomoderer og antager karakter af generelle, overførbare og måske formelt erkendelige principper.

Dette gælder de første operationelle skemaer som barnet lærer at beherske. De mest umiddelbare konsekvenser må det derfor have for vor opfattelse af, hvordan børn på de tidlige klasssetrin lærer at bruge de elementære matematiske operationer: hvornår skal man lægge sammen, hvornår skal man trække fra, hvornår skal man dividere, hvornår kan vi ud fra tallene sige at én ting er større end en anden, o.s.v. (for nu blot at nævne eksempler omkring talregning). Vort kendskab til betingelserne for overførbarhed fortæller, at alle disse metoder skal læres ved brug i varierede sammenhænge (hvad der jo ikke just er nogen pædagogisk nyopdagelse).

Matematiseringen af mere komplicerede forhold kan man med rimelighed først stille børn over for, når de så småt begynder at beherske abstrakt tænkning. Der er derfor større mulighed for en intellektuel og begrebsmæssig perspektivering af hvad der foregår i en enkelt eller nogle få eksemplariske matematiseringer. Alligevel er der brug for så meget fingerspids- og rygmarvsfornemmelse, hvis man for alvor skal forstå eller foretage matematiseringer, at den intellektuelle perspektivering meget let bliver til tomme ord, hvis den bygges på et for begrænset eller snævert erfaringsmateriale. Også på dette niveau bliver konklusionen derfor, at færdighed i at matematisere og i at konstruere udtrykkelige matematiske modeller, og aktiv forståelse af modellers funktion og virkemåde, opnås kun ved et varieret arbejde med matematik og matematisk modelopstilling.

Dette er næppe heller den store pædagogiske nyopdagelse. Tværtimod er tendensen til at udvide kredsen af sammenhænge hvori skolematematikken anvendes noget der har kendetegnet mange af strømningerne i 60'ernes matematikundervisningsreformer - ikke mindst i Danmark, hvor fagmatematikernes forslag til reformer var udsat for en kraftig påvirkning fra den blå betænknings principper og ideer. Men netop i en situation, hvor alle de sidste 20 års pædagogiske reformideer synes at skulle stå for skud er der grund til at fremhæve, at det vil få særdeles uheldige konsekvenser om denne side af reformen opgives til fordel for en tilbagevenden til typeopgaverne og den rene talregning. [24)]

---

24. Naturligvis er der ved gennemførelsen af ideen om den varierede anvendelse af matematikken forekommet hvad der med pædagogisk bagklogHed viser sig at være overdrivelsens fejltagelser: variationen er blevet så stor, at kun den særligt dygtige lærer eller de dygtigste elever har kunnet beholde det overblik, der af det varierede stof skaber et indholdsrigt mønster, mens variationen for andre er blevet uro og forvirring og ikke har tilladt den befæstelse af forståelse og færdigheder, som <u>også</u> er nødvendig, og som for svage elever og elever uden den allerbedste lærerstøtte kræver længere tid end for de lærer- eller begavelsesmæssigt favoriserede.

Afhjælpningen af sådanne vanskeligheder kræver ikke at variationen afskaffes, men blot at den organiseres på en måde der tager hensyn til behovet for ro og befæstelse.

Projektarbejde ? Problemorientering ? Induktiv indføring ?

Hvis vi accepterer, at man primært lærer matematisering ved at foretage den, er det nærliggende at komme med et højrøstet heureka: Projektorientering! Det projektorienterede ville jo bestå i, at eleverne starter i (eller, for at være ærlig, startes i) et problem, som det er deres projekt at forstå eller løse, men som de ikke umiddelbart har alle de teorimæssige forudsætninger for at behandle. Hvis behandlingen af problemet kræver eller kan give anledning til brug af matematik, vil projektet jo både komme til at involvere at der foretages en matematisering, og at eleverne kommer til at lære sig den matematik der er brug for i en relevant sammenhæng, - og det lyder jo såre godt.

Det vil nok være en udmærket idé, hvis undervisningen på de sidste klassetrin kan inddrage projektarbejde i et vist omfang (mest oplagt i en samlæsning med et orienteringsfag). Derved bliver der jo mulighed for at arbejde med en matematisering, der er tilstrækkelig langt fra det trivielle til at den kan diskuteres som en sag for sig (jfr. note 15, side 17). Men meget taler for, at projektorienteringen ikke kan indtage den dominerende rolle, endsige da bære hele matematikundervisningen.

Grundene hertil kan formuleres som praktiske problemer: Projektarbejde tager lang tid i forhold til hvor meget arbejde med matematik det indeholder; desuden er det svært at hitte på vedkommende projekter, der virkelig vil dække blot den matematik som synes grundlæggende nødvendig, - hvis da ikke ordet projektorientering i matematikundervisningen skal drejes så meget i sin betydning, at det mister næsten al lighed med det begreb som i øvrigt bærer samme navn i den pædagogiske diskussion, og bringes til at dække arbejde med mindre, problembegrundede øvelsesopgaver.

Der kan imidlertid også formuleres mere principielle indvendinger. Den ene af de to vigtigste principielle indvendinger er, at matematik ikke er en spontant opstående metode. At spore børn ind på en matematisk tankegang (ud over den regning med små naturlige tal, som de møder hos større kammerater) kræver styring, åbenlys eller manipulativ.[25] Værre endnu: kun hvis eleverne i forvejen både har erfaring med at tal (eller hvilken matematik der nu er tale om) kan bruges til beskrivelse og forståelse af virkeligheden, og hvis de i forvejen besidder matematisk kunnen som i hvert fald har en vis berøring med den matematik der er brug for i projektet, kan man nøjes med det begrænsede mål af åbenlys eller manipulativ styring, som er nødvendig i så godt som enhver projektorienteret undervisning. Ellers må der langt kraftigere vejledning til fra læreren i, hvordan problemet kan gribes an (og så er projektet reduceret til et motiverende pædagogisk trick af de mindre hæderlige, og dermed i længden mindre virkningsfulde).

Den anden væsentlige principindvending er, at matematikundervisningen har som en af sine hovedopgaver at skabe færdigheder (på flere niveauer, fra den kontante regnefærdighed til færdighed i matematisering af enklere problemer). Opøvelse af færdigheder kræver imidlertid træning, og dermed altså gentagelse af nærtbeslægtede situationer. Selv om det skulle lykkes at konstruere et projekt, der eksempelvis fører hen til en enkelt opstilling og løsning af to lineære ligninger med to ubekendte, får eleverne ved at arbejde med dette ene projekt hverken færdighed i at formulere problemer i ligninger eller færdighed i at løse ligningerne. Selv hvis læreren skynder sig at få diskuteret hvordan man bar sig ad, vil de fleste elever efter kort tid kun mindes at man brugte et elegant trick, men ikke hvad det gik ud på. Kun gentagen opstilling af ligninger og arbejde med løsning af ligninger af flere typer kan skabe de "forståede færdigheder", som holder længst i tid, og som anvendes med størst sikkerhed i ikketypebundne situationer (her kunne vi referere til hvad der ovenfor er sagt om transfer).

Projektarbejdet kan altså først og fremmest spille en

---

25. Selv i de få tilfælde, hvor en begavet elev spontant finder en relevant matematisk vej gennem problemet, er læreren nødvendig som jordmoder, hvis den pågældende vej skal blive til generel metode eller matematisk teori.

rolle inden for matematikundervisningen ved at udfylde en del af undervisningens orienteringsfunktion. De øvrige dele af undervisningens opgaver løses bedre ved problemorientering (et begreb der ofte men fejlagtigt forveksles med projektorganisering) og induktiv indføring.

Den induktive indføring i matematikkens begrebsverdener må siges at være et fuldt accepteret træk i de senere års fornyelser af matematikundervisningen på folkeskoleniveauet. Den er et barn dels af den blå betænknings praktiske Grundtvigianisme, dels af de tendenser i den internationale new math-bevægelse, der ønskede en tilnærmelse til forskningen gennem "discovery learning" eller "forschendes Lernen". Den bunder i en erkendelse af, at matematiske begreber og teoribygninger lærer man ikke at kende, så man får et aktivt forhold til dem og til deres brug, blot ved deduktivt arbejde ud fra færdigserverede præmisser. I stedet må man kende begrebernes eksistensberettigelse og deres rod i problemer, som de hjælper med til at strukturere og dermed kan hænde også løse. Kun på en sådan basis har et systematisk og måske deduktivt arbejde en chance for at give noget.

Der har været en tendens til, at den induktive metode først og fremmest blev brugt til at introducere "fine" begreber, begreber der lignede matematisk fagvidenskab. Denne tendens er en naturlig følge af, at "discovery learning" som ideal gik sin sejrsgang i tilknytning til de tidligere tredseres amerikanske ønske om at få skoleundervisningen til at ligne fagvidenskaben. På samme tid har der været tendens til, at det induktive gik ud fra sindrigt udtænkte problemer om dyrt plasticlegetøj (fordi de reelle matematisk-videnskabelige problemer der i sin tid struktureredes gennem de fine begreber ikke kan formuleres som problemer for børnene, og en induktiv indføring af disse beregber altså kræver at man på én eller anden måde simulerer de matematisk-videnskabelige problemer). Men som det fremgår af andre undervisningsprogrammer kan den induktive tilgang også bruges til indføring af den allermest dagligdags regning (og den er da også ofte blevet brugt til dette, længe inden den fik sit nuværende navn), og den kan ikke mindst i den sammenhæng tage sit udgangspunkt i langt mindre specialkonstruerede situationer.

Der er ikke i sig selv noget absolut forkert ved de special konstruerede situationer, hvis blot de kan gøres til vedkommende problemer for børnene. Men koncentreres det induktive om specialkonstruktioner alene, løber man en fare for at ende i typeopgavens problem: matematikken lukkes inde i matematikundervisningen.[26] Hvis børnene umiddelbart skal fornemme matematikken som noget der kommer virkeligheden ved skal den også i undervisningen kobles til hvad der fremtræder som egentlig, ægte virkelighed.[27] Det induktive grundlag nærmer sig derved til en mere egentlig problemorientering.

Ikke mindst i de tidlige klasser skal man dog huske på, at den "ægte virkelighed" ser meget anderledes ud end for den voksne. Først når børnene når en alder, hvor leg og eventyr er noget man ikke vil kendes ved, er en afgrænsning til vores virkelighed meningsfuld. Indtil da er en drage der æder 5 elefanter om dagen mindst lige så engagerende virkelighed som en familie der drikker 5 liter mælk om dagen - ikke fordi børnene tror på dragen, men fordi "virkelighedsorientering" af undervisning er mere kompliceret end som så.

Med den begyndende pubertets afstandtagen fra den endnu knap overståede barndom er der to muligheder for videreudvikling af det induktive og det problemorienterede. Det kan vende sig mod en egentlig problemorientering, hvor der bygges på den voksne, reelle virkelighed; eller det kan udnytte den sær-

---

26. I værste fald endda på den vidtrækkende måde, at det der skulle blive til teoretisk forståelse med induktivt udgangspunkt bindes totalt til den konkrete repræsentation, der var induktionens grundlag, og i elevernes forståelse aldrig løsgøres fra denne.

27. Ikke kun når man tager sit induktive udgangspunkt i specialkonstruerede situationer men også når man bygger på en mere "ægte" virkelighed skal man selvfølgelig være opmærksom på, at situationen giver anledning til et problem der er vedkommende for børnene - og ikke kun for en udvalgt skare af børnene (eller for læreren alene).
På den anden side er det dog oplagt, at situationer hvis eneste interesse er, at de synes at give anledning til matematisk leg, appellerer mest til de elever der har lettest ved matematisk manipulation. Derfor er kravet om, at den induktive udgangssituation skal virke vedkommende for alle børn, mest påtrængende når der er tale om til formålet specialkonstruerede situationer.

lige udvikling af legen som findes både i spil og i abstrakt tænkning (de to forskellige muligheder behøver naturligvis ikke at udelukke hinanden, de kan tværtimod understøtte hinanden frugtbart).

Igennem hele skoleforløbet er det dog væsentligt at huske på, at både det induktive og det problemorienterede står som en indføring i matematiske begrebsområder, teorier o.s.v., og at det desuden kan spille en væsentlig rolle som styringsmekanisme for arbejdet. Men det induktive og problemorienterede kan i to henseender ikke stå alene. For det første må tingene stadfæstes gennem fortrolighed og grundigt arbejde, og med et rimeligt mål af færdighedstræning.[28] Ellers er den matematiske kunnen ikke meget værd i praksis.[29] For det andet må det være matematikundervisningens opgave at opbygge en sammenhængende viden: Dels selvfølgelig fordi det hører til matematikkens orienteringsfunktion at give indblik både i de induktive og i de deduktive sider af matematikkens væsen, dels fordi selve sammenhængen jo er rygraden i matematikkens anvendelighed.[30]

---

28. Det var netop ét af de punkter, hvor den totale projektorganisering ikke slog til; inden for projektarbejdets rammer er der ikke plads til flere gentagelser og mere træning end projektet giver anledning til, uanset hvilke behov der måtte være for sådant for den matematiske kunnens skyld. Det induktive og det problemorienterede derimod fastlægger ingen tilsvarende grænse for, hvor megen uddybning og indarbejdning af det induktivt/problemorientereret indførte der er tilladeligt. Deri ligger et væsentligt fortrin.

29. Dels selvfølgelig fordi det der ikke er indarbejdet og trænet i tilstrækkelig grad ikke er tilgængeligt men glemmes. Dels fordi fravær af de nødvendige færdigheder i praksis også umuliggør selv den matematisering, der ellers kunne synes at gå forud for brugen af færdighederne: Først den der eksempelvis ikke føler sig skræmt ved udsigten til at skulle behandle tal er motiveret til at forsøge at formulere et problem talmæssigt.

30. Det er da også gammel visdom, at undervisningen i de første klasser skal opbygge et sammenhængende praktisk kendskab til de positive, rationale tals system.

Denne sammenhæng er det ikke muligt at vise mere end glimtvis i det induktive og problemorienterede arbejde. Dets funktion er som sagt at vise de matematiske begrebers rod og eksistensberettigelse, samt at lægge en vis styring for, hvorledes de matematiske sammenhænge organiseres, og hvorledes de afgrænses.

Engagementet.

Projektarbejde og induktivt og problemorienteret arbejde har altså en rolle at spille, som kan være større eller mindre, men som ikke er altdominerende. Et hensyn som derimod ikke kan få for stor vægt i undervisningen, er kravet om de undervistes aktive medvirken. Dette krav betyder ikke, at eleverne ikke må gøre noget med ført hånd; men det betyder, at den førte hånd samtidig skal engagere elevernes muskler, sanser og opmærksomhed: "Så sætter I krydset der - men I gør det selv", som det engang blev refereret parodisk fra en partikongres.

Skal man i mental forstand gøre tingene selv i matematikundervisningen, kræves der visse forudsætninger. Således en tilpas grad af optimisme og selvtillid; en tilpas fortrolighed med situationen i alle dens aspekter; en tilpas grad af sammenhæng med de forudsætninger der allerede er til stede i henseende til viden, forståelse og færdigheder; sidst men ikke mindst engagementet, som ikke blot er "motivation" men næsten mental aktivitet i sig selv.

Skabelsen af engagementet er netop én af de gængse pædagogiske begrundelser for introduktionen af deltagerstyret projektarbejde i undervisningen: Det regnes for mere engagerende at arbejde med et selvvalgt projekt på egne præmisser end blot at gøre hvad læreren har bestemt (en udmærket teori, så længe engagementet ikke kvæles i frustration over, at projektarbejdet synes at gå i fisk). Men engagement kan flyde af mange kilder, hvoraf jeg i flæng skal nævne nogle få:

- de dagligdags problemer, efter læsten "Lene går i byen og køber 2 øl og tre isvafler" (hvor ikke mindst isvaflerne skaber engagementet hos de børn, der ikke er nøgterne og store nok til at opdage, at opgaveisvaflerne hverken er søde eller kolde).

- de store tals mystik (hør blot med hvilken benovelse 6-årsbørn udtaler "hundred tusind milliarder"); eksempelvis "hvor mange hvedekorn skal der ligge på skakbrædtets 12. felt?"

- det barokke, som den omtalte drage der spiser elefanter, eller som det eksemplificeres i den gamle indiske opgave, hvor "en perlekæde blev revet itu under en kærlighedskamp. En trediedel af perlerne faldt på gulvet, en femtedel blev tilbage på lejet, en sjettedel fandt pigen og en tiendedel fandt hendes elsker; seks perler blev tilbage på snoren. Sig, hvor mange perler der var i perlekæden". Klaus Sadolins og Tage Werners "udgift i zlyht for baglænsgående kanalgravningsarbejde på Mars" hører til samme kategori.

- det æstetiske: at lave en pæn opstilling af en række regnestykker, at klippe og klistre sig til et fejlfrit dodekaeder, at tegne en smuk figur i en geometriopgave.

- det "intellektuelt æstetiske", som det ligger i glæden ved brætspil og ved løsning af abstrakte opgaver (men det er en glæde som mange ofte ikke oplever nær så umiddelbart som læreren måske er tilbøjelig til at tro).

- lærerens personlighed og engagement.

- konkurrencen (som jo nok kan bruges til at skabe engagement hos de elever som har en chance for at brillere, men som til gængæld med stor sikkerhed dræber alt engagement hos dem som har alle chancer for at tabe, og som derfor uanset hvad man i øvrigt måtte mene om det tilladelige i at appellere til konkurrencelysten er et elendigt pædagogisk middel i en skole der stræber efter at være demokratisk).

- og på modsat hold solidariteten, glæden ved arbejde og fremskridt i fællesskab.

- og sluttelig den stilfærdige tilfredshed som de fleste føler, når de er beskæftiget med en aktivitet der hverken er så ensformig at den er kedelig eller så krævende at den skaber utryghed.[31)]

---

31. Denne kilde til engagement i skolearbejdet tales der sjældent om, vel nok fordi der ikke synes at ligge megen pædagogisk udfordring i at benytte sig af den almindelige menneskelige tendens til hellere at være i en eller anden form for aktivitet end at vegetere. Det er måske også provokatorisk overhovedet at tale om <u>engagement</u> i en forbindelse, hvor der snarere er tale om en ikke alt for overdreven <u>interesse</u> for skolearbejdet. Men selv om tendensen til hellere at gøre <u>noget</u> end <u>ingenting</u> ikke just i sig selv skaber den store entusiasme for det man bliver sat til at gøre, er det vigtigt ikke at overse at den findes, eller at den spiller en rolle i skolen. I praksis er det nemlig nok den, der i tidens

(Noten fortsætter på side 38)

De mulige kilder til engagement er altså mangfoldige, og de kan bringes til at støtte hinanden. Én ting må imidlertid holdes fast: lærerens engagement alene har kun en begrænset afsmitningsmulighed. Uanset om undervisningen appellerer til dagligdags relevans, til æstetisk fornemmelse, til glæden ved spil og leg, eller hvad der ellers har været på tale: Relevansen skal være for hvad børnene opfatter som dagligdags, det er børnene der skal synes at tabellen og dodekaederet er pænt, det er børnene der skal se en leg i det der foregår - ikke læreren alene. Selvfølgeligt i teorien - sværere at overholde i praksis.

---

løb trods alt har bidraget mest til at gøre skolearbejdet rimeligt engagerende for en nogenlunde stor del af børnene - af den simple grund, at skolearbejdet ofte i praksis ikke har haft andre sider, der kunne gøre det engagerende: det har hverken været relevant for dagligdagen, mystisk, barokt, æstetisk, intellektuelt udfordrende eller solidarisk, og af samme årsag er lærerens eget engagement i sagen ofte sluppet op.

Helt uproblematisk at håndtere er denne kilde til et engagement til husbehov jo iøvrigt ikke. Dertil er grænserne til kedsomhed og utryghed for forskellige fra barn til barn, ikke mindst i et fag som matematik. Netop dette fag har jo også ofte haft problemer med at vække selv en nok så begrænset interesse hos temmelig mange elever.

Skoletid - levetid.

I det ovenstående diskuteredes engagementet som en forudsætning for den aktive medvirken, der på sin side er en forudsætning for at undervisningen skal skabe matematisk kunnen. Dermed er vi imidlertid kommet bag ind på et problem, som er blevet berørt gentagne gange i det forrige uden at være behandlet: Hvorledes bærer vi os ad med at udforme en matematikundervisning, der godt nok i overordnet målsætning sigter mod at være til gavn og glæde uden for matematiktimen, men som samtidig gør matematiktimen selv acceptabel som levetid.

Det blev sagt, at engagement på det nærmeste er ensbetydende med aktiv deltagelse i undervisningen. Men ikke blot det. Samtidig er engagement ikke langt fra at være det samme som glæde ved deltagelse i undervisningen, og oplevelse af at undervisningen er spændende og vedkommende.

Skønt levetidsargumentet ikke kan begrunde, at børn skal lære matematik i skolen, kommer det altså ind igen af bagdøren: Hvis matematikundervisningen har til formål at fremme matematisk kunnen og viden, drives den med fordel på en sådan måde, at matematik-skoletid bliver levetid[32]. Blot sker der her der samme som i gode, storborgerlige lejligheder, - nemlig at hvad der kommer ind gennem bagdøren kun har en underordnet position: De afsluttende mål, som de opstilles på side 22 , sætter de betingelser, på hvilke engagementet skal skabes[33].

---

32. Eller med andre ord: Børn går ganske vist ikke i skole for deres fornøjelses skyld - for så var der tit bedre ting at tilbyde dem end skolegang; men hvis ikke skolen giver et mindstemål af fornøjelse så tjener skolen ikke de uddannelsesmæssige formål som vi gerne vil tro den har.

33. Denne påstand skal dog tages med et lille forbehold: Nok er det en vigtig forudsætning for at demokratiet lader sig realisere, at folk har adgang til at orientere sig i den virkelighed hvori de lever, også i den virkelighed der bygger på anvendelse af matematik. Men nok så vigtigt er det, atden brede befolknings medlemmer har selvtillid over for magthavere og eksperter. En undervisning der drives igennem ved at de svagere elever knægtes eller lades i stikken, og som derfor allerede i skoletiden træner og presser dem ind i rollen som magtesløse i sammenhæng med det ekspert- og styringsfag, som matematikken er, - den undervisning er fra et (Noten fortsætter side 40).

Matematikundervisning: En forberedelse til mere matematikundervisning.

Ved siden af levetidsproblemet er et andet spørgsmål blevet berørt og dernæst udskudt et par gange: Folkeskolematematikkens opgave som forberedelse til den yderligere matematikundervisning, som følger i videre- og erhvervsuddannelser.

Indtil for forholdsvis kort tid siden måtte diskussionen af dette spørgsmål deles op i to skarpt adskilte dele. En del af eleverne skulle forberedes til matematisk-naturvidenskabeligt gymnasium og til teoretiske videreuddannelser og erhverv, hvor de ville få brug for matematik i et betragteligt omfang. De ville få brug for matematikken som et analyseinstrument, som middel til sammenhængende beregning og ræsonneren (og herudover naturligvis også for matematikken som den kommer til udtryk i standardformler). For dem var det altså værdifuldt at kende til matematikkens teoretiske sammenhængende egenskaber[34).

En anden del kunne påregne i deres erhverv at få brug for nogle ret snævert afgrænsede matematiske færdigheder og kundskaber. De videreuddannelser de skulle igennem kunne f. eks. være handelsuddannelser og etatsuddannelser. Disse forudsatte intet særligt kendskab til matematikkens teoretiske sammenhæng, men kunne nøjes med det gængse grundlag af typeopgaver, suppleret med nogle temmeligt isoleret stående sætninger til brug ved trigonometrisk beregning, ved anvendelse af logaritmetabeller og ved anvendelse af tabeller for sam-

---

demokratisk synspunkt aldeles uacceptabel. Levetidsargumentet har derfor forrang så langt, at målsætningerne må tillade en undervisning, der engagerer den brede gruppe af elever og ikke kun den elite der allerede er på vej op til pæne positioner i samfundet.
Jfr. i øvrigt note 23, side 26.

34. Herudover var det naturligvis også af interesse for dem at være forberedt på netop de matematiske felter som de ville få særlig brug for - men den side af sagen blev dog kun tilgodeset i det mindre omfang, der lå i mellemskolegeometrien og i "bogstavregningens" formelle algebra.

mensat renteregning (emner, der før 1958-loven behandledes i "realklassen", den 10. klasse der var "praktisk overbygning" på mellemskolen).

Idag er en sådan opspaltning i to skarpt adskilte grupper med forskelligt behov for matematisk grundlag for deres videreuddannelse ikke længere nogen selvfølge. Det hænger sammen med den stadig stærkere matematisering af en række samfundsfunktioner, som allerede har været nævnt som begrundelse for matematikundervisningens orienteringsfunktion. Den må formodes at skabe behov hos en stor del af arbejdsstyrken for et mere fleksibelt forhold til matematik end der f.eks. lå i de gamle handelsuddannelser og de første mellemteknikeruddannelser.

Her er det værd at lægge mærke til, at indøvelse af bestemte håndregler i stedet for af den sammenhængende teoribygning hvori de hører hjemme kun er en tidsbesparelse så længe der ikke bliver alt for mange af dem. Med de nye krav til matematisk kunnen bliver det derfor hensigtsmæssigt for alle former for matematisk videreuddannelse at bygge tingene op i en vis sammenhæng. Samtidig bliver det derfor relevant for alle matematiske videreuddannelser, om eleverne fra folkeskolen har en almen forståelse af hvad matematisk sammenhæng er og hvordan den bruges i ræsonnement og beregning.

Samtidig er der sket det, at også de gamle teoretiske videreuddannelser trækker på et bredere spektrum af matematiske emner end i gamle dage. Datalogi og matematisk statistik er eksempelvis blevet mindst lige så væsentlige for en ordentlig ingeniøruddannelse som trigonometrisk beregning. Vi kan derfor med god samvittighed betragte videreuddannelsernes krav til folkeskolens matematikundervisning som værende ens, uanset hvilken type videreuddannelse der er tale om; de krav der stilles fra de forskellige sider er under alle omstændigheder så omfattende, at folkeskolen kun kan give et alment grundlag.

Hvad kunne der så lægges i et sådant alment grundlag ? Primært selvfølgelig det allerede ofte nævnte, at eleverne skal lære at bruge matematik på nye problemtyper, altså at de skal kunne matematisere. Men det er, lige så lidt som det rindalistiske program og kravet til kendskab til den matematiske deduktions principper (som også begge er væsentlige for videreuddannelser), krav der specielt rejser sig fra videreuddannelsernes behov. For at finde frem til sådanne krav kan man imidlertid mærke sig, at i så godt som alle de sammenhænge hvor man bruger en matematik der går ud over den blotte regning, benyttes der dels algebraisk manipulation med symboler (selv den anvendte geometri er jo efterhånden næsten fuldstændigt algebraiseret), dels funktioner af forskellig art, dels endelig numeriske metoder - det hele som oftest kombineret. Det vil derfor være hensigtsmæssigt for videreuddannelserne, om der allerede i folkeskolen sker en vis indføring i nogle af disse emner.

Den algebraiske manipulation med symboler har allerede længe ligget inden for folkeskolens pensum - den udgjorde således en væsentlig del af mellemskolens pensum inden 1958-loven. Den side af sagen synes altså at være dækket rimeligt ind, i det mindste hvad angår omfanget [35].

---

35. Ikke kun rimeligt og rigeligt, men alt for rigeligt, synes de mange lærere at mene, for hvem algebraen længe har været en torn i øjet, og som klager over, at de har meget svært ved at finde et rimeligt svar, når eleverne spørger, hvad de skal bruge en 2.-gradsligning til. Det svar de søger synes ifølge det foregående at måtte være: "Som påskud til at manipulere med nogle bogstaver som står for tal - for det skal I nok få brug for siden hen i ēn eller anden sammenhæng". (Hvis det er svaret, er den konkrete måde arbejdet med 2.-gradspolynomiet og 2.-gradsligningen udformes på dog temmelig problematisk, idet en meget stor del af vægten lægges på brugen af nogle få standardformler; det fjerner en del af den pointe, der kunne ligge i arbejdet med 2. gradsligninger og -polynomium, og indskrænker det til træning i at identificere de i den enkelte opgave optrædende tal med standardformlernes A, B og C).

Skønt 2.-gradspolynomiet fra et isoleret folkeskolesynspunkt kan synes at være inderligt overflødigt, er der altså trods alt en vis grund til at beholde det inden for pensum (men nok med en mindre vægt, så brugen af en standardløsning ikke kommer til at dominere billedet), i det mindste indtil mere relevante anvendelser af algebraisk manipulation er fundet.

En del didaktiske teoretiskere og eksperimentatorer har foreslået at lægge vægten på abstrakt algebra i form af gruppe- og evt. ringteori snarere end på den gammelkendte tal-algebra. Herimod taler to ting. For det første, at de fleste anvendelser af algebraisk manipulation drejer sig om tal eller talfunktioner, så der er næppe noget forgjort ved at starte jordnært: 2.-gradsligningen forekommer trods alt ikke mere livsfjern end Kleins 4-gruppe. For det andet de erfaringer man gør som censor på seminarielinie-
(Noten fortsætter side 43)

Af alment anvendte funktioner møder man traditionelt i folkeskolen ikke mange: polynomier, 1. og 2. gradspolynomier, potensfunktioner med bruden eksponent, logaritmefunktionen, en smule trigonometriske funktioner. Efter den måde hvorpå de indføres og bruges kan de ikke anvendes til nogen særlig sammenhængende indføring i hvad funktioner bruges til i anvendelser af matematik. En uddybning af dette emne vil i det hele taget nok kræve så meget ekstra arbejde med funktioner af forskellig type, at det stort set forbyder sig selv.

Det tredie emne, de numeriske metoder, har indtil nu indtaget en endnu beskednere plads end funktionerne. Der skulle dog være realistiske muligheder for at gøre noget ved dette emne, der jo i de sidste årtier har haft en voldsomt voksende betydning. Lommeregneren gør, at de mange talregninger bliver overkommelige, og de funktioner der allerede nu optræder i pensum (eller de der måtte blive tilbage efter en udlugning) ville kunne bruges til at formulere simple numeriske problemer, i hvis løsning elementære numeriske metoder kunne anvendes (numerisk ligningsløsning ved interpolation, numerisk integration f.eks. i areal- og volumenberegning, for at nævne nogle få eksempler).

Såvel lommeregnere som minidatamater ville kunne anvendes til at formulere en <u>algoritmisering</u> af et sådant arbejde med numerisk løsning. Også sådanne erfaringer ville det være værdifuldt at kunne bygge videre på for de fleste af de videreuddannelser, hvor der anvendes matematik.

Ligegyldigt hvilken videreuddannelsesrelevant matematik der diskuteres (algebra, funktioner, numeriske metoder, algoritmisering) må vi dog huske på, at folkeskolens opgave er at etablere et <u>grundlag af erfaringer</u>, hvorpå videre arbejde kan bygges. Tiden er derfor knap og kravene for mange til at vi kan tillade os at drømme om mere.

---

fagsstuderendes afsluttende eksamen i matematik: De skriftlige opgaver viser, at de færreste selv af de bedste liniefagsstuderende har forstået den abstrakte algebra godt nok til at kunne holde den ude fra hvad de ved om talsystemet. Hvad de ikke kan, vil det være svært at forvente af deres kommende elever i folkeskolen (for slet ikke at tale om de elever, hvis lærere har helt andre liniefag).

Vejen frem mod den nødvendige konkretisering.
Nogle eksempler.

Vi er nu nået nogenlunde så langt, som vi kan komme med den type overvejelser, som her har været lagt op. Ganske vist har det foregående været holdt på metodikkens og de forholdsvis generelle princippers plan, og kun lejlighedsvis er diskussionen nået ned til de helt konkrete konsekvenser f.eks. hvad angår emnevalg. For at komme videre i konkretiseringen måtte vi imidlertid inddrage didaktiske og udviklingspsykologiske forsøgsresultater, erfaringer og teorier i et omfang, som ganske ville sprænge rammerne for denne principskitse. Jeg skal derfor hvad angår konkretiseringen indskrænke mig til en hastig gennemgang af et par eksempler, der skulle kunne demonstrere, hvorledes de overordnede principielle synspunkter kan forenes med didaktisk og udviklingspsykologisk erfaring og teori, når undervisningens mere jordnære problemer kræver en stillingtagen.

De to eksempler jeg har valgt er hentet fra tredsernes matematikundervisningsreform og debatten herom. Det drejer sig om forholdet mellem tal og "mængdelære" i de første skoleår, og det drejer sig om forholdet mellem hvad vi kunne kalde den figurgeometriske og den flytningsgeometriske tilgang til plangeometrien.

Mængdelæren blev udformet for hundrede år siden af Georg Cantor som et middel til at beskrive og undersøge uendelige størrelser. Den blev siden sammen med Boole's to årtier ældre logiske algebra anvendt i forsøg på at formulere den samlede matematiske begrebsverden ud fra ét enkelt sæt af grundbegreber. Et af de første felter som formuleredes på mængdeteoretisk grundlag var tallene (hvad der ikke var sært, da Cantors mængdelære netop var udviklet gennem en overførsel af begreberne "lige mange, "flere" og "færre" fra de naturlige tals område til uendeligheden). Da den franske matematikergruppe "Bourbaki" for fyrre år siden påbegyndte udgivelsen af de "Matematiske Elementer", der blev til en kolossalt indflydelsesrig enhedsmæssig formulering af matematikken, var vejen åbnet for en næsten fuldstændig accept af mængdelærens rolle som fundamental for al matematik.

Også interessen for flytninger inden for geometrien hænger sammen med Bourbaki-skolens sejrsgang. På en måde som jeg ikke her skal uddybe knytter flytningsbegrebet (og transformationsgruppebegrebet i almindelighed) nemlig en række væsentlige begreber i den Euklidiske geometri (som f. eks. kongruens og ligedannethed) sammen med de nøglebegreber, ud fra hvilke Bourbaki udspænder den samlede matematik: mængde, funktion, relation, gruppe.

Et af de gennemgående træk ved halvtredsernes forslag til reformer i matematikundervisningen var ønsket om at nærme skolens matematikundervisning til den matematiske forskning. Da denne næsten fuldstændigt havde indrettet sig efter Bourbakis normer i sin formulering, var det en nærliggende konsekvens også at forsøge at formulere de i skoleundervisningen indgående emner på samme måde. Derved fandt "mængdelæren" (som ikke er Cantors mængdelære, men primært en sprogbrug og en speciel vej til indførelse af tallene) en vej ind i skolen, og derved opstod ideen om at lægge interessen i geometriundervisningen på flytningsgeometri.

Allerede tidligere har jeg fremholdt, at matematikundervisningen nok har en orienteringsfunktion, men at den matematiske videnskabs præcise formulering er en så lidt væsentlig detalje set i forhold til den moderne verden som helhed og dens brug af matematik, at den ikke kan have noget særligt krav på opmærksomhed i folkeskolens matematikundervisning. Dermed er sagen dog ikke afgjort. Vi har ganske vist endnu ikke fået nogen tvingende grund til at indføre tal og deduktiv geometri på grundlag af "mængdelære" og flytningsgeometri, men vi har heller ikke fundet nogen tvingende grund til at vælge nogen anden vej. Da tallene er et fundamentalt område for næsten al brug af matematik, og da geometrien af forskellige grunde kan anses for et velegnet område til at illustrere deduktive strukturer[36], må vi altså overveje, hvilke pædagogiske og andre hensyn der kunne tilsige os,

---

36. Disse grunde er ganske vist ikke alment accepterede som tvingende. Jeg skal dog her tage deres gyldighed for givet, uden nøjere diskussion, for ikke at forvilde mig for langt ud.

enten at bruge "mængdelære" og flytninger som indføringer i de pågældende emner, eller at lade være og i stedet vælge andre veje.

Mange af matematikreformernes teoretikere har ment, at de pågældende begreber var gode udgangspunkter, fordi de var simple og letfattelige i sammenligning med de områder som de skulle føre ind i. Som indicium herfor kan de henvise til begrebernes status som grundlag i videnskabelige sammenfatninger af områderne, f.eks. Bourbaki. Herimod kan der dog indvendes, at det grundlag hvorpå en deduktiv struktur bygges kan vælges temmelig virkårligt, og at tal og geometri historisk i hvert fald ikke er udviklet ud fra formulerede mængdeteoretiske og flytningsgeometriske begreber, men tværtimod er flere årtusinder ældre end disse.

Den nutidige videnskabelige matematiks udseende er altså taget for sig selv ubrugelig ikke blot til formulering af målsætningen, men også når det gælder vejledning for den didaktiske metodik.

Vi må følgelig til at inddrage det udviklingspsykologiske kendskab til børns tænkning og dens udviklingsmuligheder. For at se hvad det siger i sagen må vi behandle de to emner hver for sig, som den fælles tilknytning til Bourbakismen hidtil har knyttet sammen i denne fremstilling.

Hvis vi formulerer os inden for den Piaget'ske begrebsramme, opstår det egentlige talbegreb ved en syntese af kardinaltalsegenskaber (hvor mange, flere, færre) og ordinaltalsegenskaber (ordning i rækkefølge) [37]. Denne syntese er først mulig når den konkret-operationelle tænkning opstår. Den bygger på forudgående erfaringer med relationer som "større/mindre" og "lige mange", og med rækkefølgeordninger.

Tilsyneladende er "mængdelæren" begrebsmæssig simplere end tallene. Den kræver ikke nogen syntese af kardinal- og

---

37. Pudsigt nok må det siges at være den Cantor'ske mængdelæres fortjeneste at have understreget denne dobbeltkarakter af talbegrebet ved at påvise, at mens kardinaltalrækken og ordinaltalrækken falder sammen for de endelige tal, så skilles de ad ved de "transfinitte tal". Den side af mængdelæren overses dog ganske af de didaktikere, der har villet indføre tallene som egenskaber ved mængder.

ordinaltalsegenskaber, men kun forståelse af kardinalegenskaberne. Imidlertid viser det sig, at heller ikke de elementære mængdebegreber kan forstås før barnet når den konkret-operationelle fase. Normale 4-5-årsbørn er ude af stand til på én gang at opfatte en mængde og en delmængde deraf, og dermed også den indbyrdes størrelsesrelation mellem dem. Spørger man således:"Er der flest piger eller flest børn i din børnehave"? vil barnet sammenligne pigerne med de børn alene som ikke er piger, og derfor svare enten "piger" eller "drenge", efter hvad tilfældet rent faktisk er (og den måde at svare på skyldes ikke en sproglig misforståelse). De grundlæggende mængdelæreoperationer (som den samtidige betragtning af del og helhed, og betragtningen af to mængder og samtidig af den parvise sammenstilling af elementer fra mængderne) synes i praksis at være begrebsmæssigt mindst lige så svære som den syntese der fører til talbegrebet. De udvikles i hvert fald lige så sent.

Nu opgøres begrebsmæssig sværhed selvfølgelig ikke i et tomrum, men på grundlag af de erfaringer, der kategoriseres under begreberne. Når talbegreb i praksis synes nok så lettilgængeligt som mængdebegreb, er det nok ikke uden forbindelse med det forhold, at de dagligdags erfaringer som kan gøres op i tal er nok så mange som de erfaringer der formuleres i mængderelationer. Men selv om årsagerne til mængdebegrebenes utilgængelighed måske skal søges uden for barnet snarere end i den abstrakte intelligenspsykologi, så må vi tage til efterretning, at de rent faktisk gør sig gældende: det ligger ikke i matematikundervisningens magt at omforme det erfaringsgrundlag, som barnet tager med sig fra den ydre verden [38].

---

38. Men den kan naturligvis supplere den. I den forbindelse er det da også netop påfaldende, at i de gode gamle dage kunne regneundervisningen kaste børnene temmelig direkte ud i arbejde med tal, uden at det gik så forfærdelig galt. Nu derimod, hvor man ønsker at få børnene til at anvende mængdebegreber med fornuft (jeg siger udtrykkeligt kun anvende og ikke teoretisere over) har en indledende "konkret legefase" vist sig at være bydende nødvendig. Den gamle regneundervisning kunne tillade sig at bygge på erfaringer udefra; "ny matematik" har ingen sådan støtte, men må skabe det hele selv.

Det er en fornuftig leveregel, at man skal tage hensyn til virkeligheden, og at man sjældent slipper godt fra at ignorere den. Bringer vi den regel ind i den indledende matematikundervisnings didaktik, synes den at medføre, at undervisningen snarere bør sigte mod at føre børnene direkte ind i tallenes verden gennem en begrebsmæssig strukturering af hensigtsmæssigt tilrettelagte kardinal- og ordinalerfaringer [39], end mod at føre dem en tung omvej over mængdebegreberne (på grund af tallenes tilknytning til den verden og de erfaringer der ligger uden for matematiktimen indebærer dette også et mere umiddelbart og dermed lettere opnåeligt engagement fra børnenes side i undervisningens matematiske aspekter).

Noget senere i undervisningsforløbet vil en del problemer, begreber og procedurer utvivlsomt med fordel kunne formuleres med brug af noget der ligner elementær mængdelære (ligninger, som i den traditionelle undervisning sjældent blev forstået ordentligt; funktionsbegreb). På et passende stadium inden dette trin vil det så være naturligt at indføre "mængdelære".

Geometriundervisning med deduktive elementer hører et senere alderstrin til. Alligevel kan visse betragtninger anstilles, som ligner de foregående. Evnen til abstrakt tænkning og deduktiv tænkning opstår på grundlag af de konkret-operationelle tankestrukturer, ved overgangen til den "abstrakte tænknings" stadium (stadig i Piaget's sprogbrug). Ingen tankestruktur, og altså heller ikke den abstrakt-operationelle, opstår imidlertid fuldt færdig og i sin fulde spændvidde. I første omgang er det lettest at bruge den for-

---

39. Erfaringer, der kan formuleres i udtryk som "større", "mindre", "lige store", "flere", "færre", "lige mange", "den næste", "den forrige". En afstandstagen fra "mængdelæren" som begrebsmæssig genvej til tallene må altså ikke føre til at disse begreber stødes ud i mørket, selv om de i sin tid er kommet ind i undervisningen i følgeskab med "mængdelæren" og med "mængdelærens" konkrete legefase. Nok fungerede den gamle regneundervisning tåleligt for mange elever blot på grundlag af deres yderverdenserfaringer; men lad os ikke forskønne fortiden og glemme, at "mange" er ikke alle, og "tåleligt" er ikke bedst muligt.

melle, udtrykkeligt logiske tænkning på emner, som man har et nært, konkret-operationelt forhold til.

Hvad er det da for geometriske størrelser, som man har et sådant forhold til ? En del af svaret finder vi ved at se på de erfaringer af geometrisk art vi gør uden for skolen. De gøres med manipulerbare objekter af afgrænset størrelse: kasser, cylindere, kugler, papstykker, træstykker vi sømmer sammen, linier som vi tegner på et papir, etc. De gøres også ved at vi bevæger os selv eller andre genstande omkring i verden, enten i konkret fysisk forstand eller tænkt i hovedet og på kort. Og de gøres sluttelig ved, at vi tegner eller på anden måde skaber geometriske gengivelser af vor omverden og af genstande i den, eller ved at vi identificerer sådanne gengivelser med det de skal gengive.

Også matematikundervisningen selv er dog med til at bygge konkret-operationel geometrisk forståelse op, ikke mindst gennem den empirisk orienterede fase af geometriundervisningen. I denne undervisning ligger en stor del af vægten på geometriske figurer (kvadrater, trekanter, rektangler, cirkler, symmetriske figurer o.s.v.), på grafiske fremstillinger af forskellig art og måske på lidt mere abstrakte begreber som punkter, uendelige rette linier m.v.

Fælles for det hele er, at erfaringerne gøres: med isolerede objekter der opfattes for sig; med objekter der bevæges rundt i rummet eller planen (f.eks. os selv); eller med opdelinger af rum og plan. Er der noget man så godt som aldrig gør, så er det at manipulere hele planen eller hele rummet på én gang og som et stift hele.

Den figurgeometriske tilnærmelse til geometrien bygger direkte videre på denne erfaringsverden. Den undersøger, hvad der sker når vi flytter rundt på figurer, når vi tegner linier og cirkler på forskellig måde, o.s.v. Den knytter også udviklingen af den geometriske teori sammen med en stadig udvidelse af det konkrete erfaringsmateriale, idet arbejdsmåden hele tiden er aktivt skabende: Vi tegner under beviset en cirkel med bestemt centrum og radius, vi nedfælder den vinkelrette, o.s.v.

Den flytningsgeometriske tilnærmelse derimod bryder i princippet med den hidtidige geometriske erfaringsverden.

I stedet for at lade tanken beskæftige sig med idealiseringer af objekter, der er velkendte og alene derfor nogenlunde lette at styre inde i hovedet, skal man tænke på manipulationer med noget, man ikke nogensinde har manipuleret konkret, og som både derfor og i kraft af sin størrelse gør modstand mod den tankemæssige beherskelse: hele planen. Selv om man får lov til at erhverve sig et mindre mål af erfaringer til det specielle formål, ved at lege med en spejlograf eller ved at tegne over på et stykke kalkerpapir, som man dernæst flytter rundt på, står man langt dårligere rustet over for formel tænkning i denne situation, end hvis man skal arbejde med figurgeometri.

De første års arbejde med deduktiv geometri er det altså ikke nogen god ide at fundere på flytningsgeometri. Først på et eventuelt senere trin, hvor formålet er at argumentere deduktivt på noget, som man ikke kan overskue visuelt, kan flytningsgeometrien få en berettigelse (og det trin ligger næppe i folkeskolen, i hvert fald ikke inden for emnet geometri). Selv i dette tilfælde er flytningsgeometriens berettigelse dog tvivlsom, men af den modsatte grund: flytningsgeometrien er jo heller ikke <u>helt</u> utilgængelig for den visuelle og konkrete anskuelse.

Argumentationen i disse to eksempler er næppe ført igennem til en sådan dybde, at den kan overbevise den der i forvejen er uenig i konklusionen. En udtømmende argumentation ville kræve en langt mere gennemgribende undersøgelse af, hvordan matematikundervisningens mange elementer virker sammen, af hvilke forskellige erfaringer forskellige grupper af børn gør i og uden for matematikundervisningen, af hvorledes dette erfaringsgrundlag kan udvides i en tilrettelagt undervisning, samt af hvorledes erfaringer, tankestrukturer og forskellige slags undervisning virker sammen[40].

---

40. Specielt er der ét spørgsmål, som trænger sig på, og som overhovedet ikke blev taget op: Det der ligger skjult bag vendingen "forskellige grupper af børn". Der kan ganske vist ikke drages nogle sikre konklusioner for matematikundervisningen ud fra Basil Bernsteins stærkt omdiskuterede (Noten fortsætter side 51)

Det gør dog ikke så meget, hvis den kortfattede argumentation i de to eksempler har for mange løse ender og ubegrundede påstande i sig til, at den kan føre tvingende frem til de påståede konklusioner. Under alle omstændigheder skulle den både have antydet kompleksiteten i de nødvendige overvejelser og have peget på nogle af de hensyn der må inddrages i overvejelserne.

---

teorier om at arbejderklassebørn taler i en "restringeret sprogkode" og har en tilsvarende"kontekstbundet tankeform", mens middelklassebørns sprog følger en "elaboreret sprogkode", som er forbundet med en "kontekstuafhængig tankeform". Alligevel er i hvert fald så meget klart efter Bernsteins arbejde, at tilbøjeligheden til at formulere konkrete erfaringer i generel teori og til omvendt at søge svaret på konkrete spørgsmål i generelle teorier, for slet ikke at tale om afgrænsningerne mellem hvad der fungerer som konkret og hvad der er abstrakt, ikke *nødvendigvis* er den samme hos børn fra forskellig social baggrund, - selv om det jo forenkler den didaktiske diskussion, hvis man tillader sig uden tøven at gå ud fra, at alle børn er ens.

Selv om der ikke tages hensyn til dette spørgsmål i undervisningsplanlægning og i didaktisk teori, er det selvfølgelig muligt for den enkelte lærer at tage hensyn både til individuelle og til klassebetingede forskelle mellem eleverne. Men da læseplaner lægger rammerne for, hvilke hensyn til forskelligheden der kan tages, og den didaktiske teori øver indflydelse både på læseplanerne og på lærerens opfattelse af sin situation og sin opgave, må en inddragelse af spørgsmålet om den klassebetingede forskellighed alligevel siges at trænge sig på, også for den didaktiske teori.

EN KONKLUSION ?

Vi er hermed ved vejs ende. Vi er nået så langt, omend ikke så dybt i detaljen, som man kan nå med principbetragtninger og common sense, og vi har set, efter hvilke retningslinier en videre konkretisering kan foregå, og hvilke slags hensyn den kan inddrage. Tiden synes inde til at spørge, hvilke konklusioner der kan drages.

I virkeligheden er konklusionerne blevet draget side for side, nogle store, nogle små. Blandt de større kan vi f.eks. huske på disse:

- at de reelle begrundelser for en obligatorisk matematikundervisning må søges under overskriften "en skole for livet",

- men at et rindalistisk program kun udfylder en mindre del af det der bør stå under denne overskrift,

- dels fordi det glemmer at afgrænsede matematiske færdigheder ikke er nogen nytte til når de står alene, og at matematisering derfor er et væsentligt led i brugen af matematik,

- dels fordi det glemmer matematikkens orienteringsfunktion.

Vi kom også frem til,

- at det er væsentligt for orienteringsfunktionen både at orientere om hvordan matematik anvendes gennem modelbygning, og at give føling med matematikkens systematiske, deduktive natur og induktive rod.

- at en demokratisk orienteringsfunktion har matematikundervisningen kun, hvis den giver eleverne et aktivt forhold til abstraktion og modeldannelse.

- at dette aktive forhold kun kan opnås gennem et varieret arbejde.

- at der må være et stort men ikke altdominerende indhold i undervisningen af induktivt og problemorienteret arbejde.

- at engagementet har mange kilder, og at matematikundervisningen må drikke af disse kilder både for at blive effektiv og for at blive til "levetid".

- at folkeskolens matematikundervisning gennem arbejde med algebraisk manipulation og med simple numeriske metoder kan give et nyttigt grundlag for de fleste former for matematisk videreuddannelse.

- at den endelige stillingtagen til matematikundervisningens udformning kræver ikke blot matematisk viden og stillingtagen til undervisningens formål, men også udviklingspsykologisk viden; endvidere at den bør bygge på viden om hvilke erfaringer fra den ydre verden undervisningen kan bygge på.

En sammenfatning af alt dette i et enkelt eller nogle få ledende principper ligger ikke lige for, dertil har matematikundervisningen åbenbart for mange facetter at vise frem og for mange problemer at byde på. Konklusionen synes i stedet at blive, at matematikundervisningen hænger så stærkt sammen med mange forskellige sider af vor øvrige virkelighed, fra de dagligdags anvendelser af regning til de dybtliggende teoristrukturer, og fra vor stadig mere planlagte (om ikke altid effektivt styrede) økonomi til strukturerne for vores tænkning, at det er halsløs gerning at ville gøre ét hensyn til det altafgørende - hvad enten det nu er den direkte nytte i dagligdagen, videreuddannelsernes behov, den matematiske fagvidenskabs begrebsverden og sprogbrug, eller regne- og opgaveløsningsfærdighed ved realeksamen.